004.932

# Zpracování biomedicínských signálů a obrazů pomocí wavelet transformace

## prof. Ing. Aleš Procházka, CSc., Ing. Eva Hošťálková

Ústav počítačové a řídicí techniky, Vysoká škola chemicko-technologická v Praze

Wavelet (někdy též vlnková) transformace představuje v současné době základní matematický prostředek pro analýzu a zpracování nestacionárních signálů a obrazů. Příspěvek je věnován úvodu do problematiky wavelet analýzy a jejímu využití pro zpracování signálů a obrazů se zaměřením na potlačování jejich rušivých složek. V návaznosti na dekompozici signálů je pozornost věnována problematice globálního prahování příslušných wavelet koeficientů a jejich dalšímu použití k rekonstrukci pozorovaných dat. Tento postup je aplikován na vybrané biomedicínské signály zahrnující signály EKG a obrazy magnetické rezonance.

Klíčová slova: wavelet (vlnková) transformace, analýza signálů a obrazů, dekompozice a rekonstrukce dat, potlačení šumu, prahování, zpracování biomedicínských signálů

Wavelet transform represents a fundamental mathematical tool widely exploited for the analysis and processing of non-stationary signals and images. The paper is devoted to the introduction to its basic principles and its use for signal and image de-noising. Signal decomposition and global thresholding of wavelet coefficients is then applied for subsequent data reconstruction. This approach is utilized for processing of selected biomedical signals including EEG data and biomedical MR images.

Keywords: Wavelet transform, signal and image analysis, data decomposition and reconstruction, signal de-noising, thresholding, biomedical signal processing

#### Úvod k wavelet transformaci

Wavelet transformace (WT) představuje alternativu ke krátkodobé Fourierově transformaci a poskytuje široké možnosti analýzy a zpracování vícerozměrných dat. V principu využívá tato transformace analyzující funkci konečné délky ve tvaru "vlnky" daných vlastností [9, 3, 11, 7 a 5]. Tvar této funkce lze přitom volit podle charakteru analyzovaného signálu či obrazu a žádané aplikace. Na *obr. 1a* je zobrazen soubor dilatovaných funkcí odvozených z výchozí Shannonovy funkce (*mother wavelet*) definované vztahem

$$w(t) = \frac{\sin(\pi t/2)}{\pi t/2} \cos(3\pi t/2)$$
(1)

tvořící základ pro další funkce odvozené pro zvolené parametry dilatace  $a = 2^m$  a translace  $b = k 2^m$  podle vztahu

$$W_{m,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} w \left( \frac{t-b}{a} \right) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} w (2^{-m}t - k)$$
(2)

kdeajsou celočíselné konstanty. Další wavelet funkce jsou definovány buď analyticky, nebo řešením příslušné dilatační rovnice [2 a 9]. Ve všech případech je dilatace funkce spojena s kompresí spektra podle *obr. 1b*.

Výsledné koeficienty uvedené diskrétní wavelet transformace (DWT) lze následně zobrazit ve vlnkové mapě (*scalogram*) na *obr. Ic*, ve které koeficienty představují míru korelace daného signálu a vybrané wavelet funkce [6]. Vodorovná osa přitom odpovídá posunu wavelet funkce a osa svislá představuje úroveň rozkladu do zvolené úrovně *m* s měřítkem  $2^m$ . Koeficienty spojené s analýzou pomocí základní krátké vlnky umožňují přitom podrobné časové rozlišení, ale hrubé rozlišení frekvenční. Dilatace základní vlnky zhoršuje rozlišení časové, ale zlepšuje rozlišení frekvenční. Tato možnost proměnného rozlišení v časové a frekvenční oblasti je charakteristická pro užití wavelet funkcí a umožňuje analýzu signálů a obrazů jak z globálního, tak i lokálního pohledu. Proměnné rozlišení je významným rysem wavelet transformace v porovnání s krátkodobou Fourierovou transformací s konstantním rozlišením daným délkou výběrového okénka.

Vzhledem k pásmově omezenému spektru wavelet funkce lze proces konvoluce s touto funkcí interpretovat jako filtraci pásmově omezenou propustí [12]. Z hlediska číslicového zpracování signálů představuje wavelet transformace úplnou banku filtrů s rozkladem signálu do dílčích frekvenčních pásem s tím, že základní nejpomalejší frekvenční složky jsou detekovány s využitím měřítkové funkce (scaling function). Wavelet funkce jsou tak popsány pásmovými filtry (band-pass filter) a měřítková funkce představuje komplementární dolnofrekvenční propust (low-pass filter). Příslušné koeficienty se přitom určují z konvoluce signálu a příslušné analyzující funkce [3 a 11]. Měřítko je přitom nepřímo úměrné frekvenci, přičemž nízké frekvence odpovídají velkým měřítkům a dilatované wavelet funkci. Wavelet analýzou při velkých měřítkách získáváme ze signálu globální informaci (aproximační složku) a při malých měřítkách podrobné informace (detailní složku) představující rychlé změny v signálu. Signály jsou v praktických aplikacích často pásmově omezené s konečnou energií a pro příslušnou analýzu postačí tedy omezená sada měřítek.

Výpočet koeficientů diskrétní wavelet transformace se realizuje postupnou aplikací vysokofrekvenční propusti (představující wavelet funkci) a nízkofrekvenční propusti (představující měřítkovou funkci) na daný signál s využitím *Mallatova dekompozičního schématu* [7] podle *obr.* 2. Pro každou úroveň dekompozice *p* je výstupem vysokofrekvenční propusti  $h_d(k)$  detailní složka  $D_p(k)$  signálu a výstupem komplementární nízkofrekvenční propusti  $l_d(k)$  je složka aproximační  $A_p(k)$ . S využitím konvoluce a následným podvzorkováním dostaneme

$$D_{p}(n) = \sum_{k=0}^{L-1} h_{d}(k) x(2n-k)$$

$$A_{p}(n) = \sum_{k=0}^{L-1} l_{d}(k) x(2n-k)$$
(3)



Obr. 1 Princip wavelet transformace: (a) dilatované funkce, (b) odpovídající spektra, (c) koeficienty ve formě scalogramu

pro n = 0, ..., N/2, kde x(k) je analyzovaný signál a posloupnosti  $h_d(k)$ a  $l_d(k)$  definují dekompoziční filtry. Soubor wavelet funkcí tvoří ortogonální bázi [3] a umožňuje jednoduchou rekonstrukci signálu [11] založenou na vložení nulových hodnot mezi každé dva vzorky a následné konvoluci s rekonstrukčními filtry  $l_r(k)$  a  $h_r(k)$  odvozených z filtrů dekompozičních inverzí pořadí jejich koeficientů jako  $h_r(k) =$  $h_d(L-k)$  a  $l_r(k) = l_d(L-k)$  pro k = 0, ..., L – 1. Soubor filtrů přitom umožňuje perfektní rekonstrukci původního signálu z odpovídajících DWT koeficientů, pokud má signál konečnou energii a wavelet funkce splňují podmínku přípustnosti (admissibility condition) [3, 6 a 12]. S ohledem na široké možnosti volby typu wavelet funkcí, proměnné rozlišení v časové a frekvenční oblasti a rozsáhlé možnosti dekompozice a rekonstrukce původního signálu či obrazu poskytuje wavelet analýza široké aplikační možnosti [14] ve zpracování inženýrských signálů, zpracování signálů i obrazů v biomedicíně [1, 13 a 8] i dalších signálů. Hlavní využití spočívá ve všech případech v analýze signálů a obrazů, v jejich kompresi a odstranění rušivých složek [4].

Pro zvláštní aplikace se namísto diskrétní wavelet transformace používá transformace spojitá (CWT – *Continuous wavelet trans*-



Obr. 2 Detekce nespojitosti v signálu EKG: a) Mallatovo schéma, (b) EKG signál s aditivním impulsem, (c) scalogram koeficientů pro funkce db4

*form*), která obsahuje redundantní informace, vyžaduje více operační paměti, avšak její zobrazení je často názornější. Na rozdíl od DWT jsou v případě spojité WT [12] užity spojitě proměnné hodnoty dilatace *a* a posunutí *b*.

Následující studie je věnována aplikaci wavelet transformace pro zpracování biomedicínských signálů a obrazů s využitím tří vybraných reálných wavelet funkcí čtvrtého řádu s ortogonálními bázemi: Daubeschies, symlet a coiflet. Uvedené funkce jsou definovány dilatačními rovnicemi [9]. Vlastnosti těchto jednotlivých funkcí jsou popsány ve výpočetním systému Matlab [6] s využitím příkazu waveinfo. K dispozici jsou funkce db4, sym4 a coif4.

#### Analýza a zpracování signálů

Ve zpracování signálů se wavelet analýza využívá v řadě oblastí [6], které zahrnují detekci trendů, zlomů, nespojitostí ve vyšších derivacích, a dále kompresi a potlačování rušivých složek signálů. Na *obr. 2* je uveden příklad detekce aditivního rušivého impulzu v části signálu EKG (*elektrokardiogram*) pomocí wavelet funkce db4. Dekompozice je přitom uvedena do třetí úrovně, což postačuje pro vizualizaci uvedené složky ve *scalogramu*. Barevný odstín (celkem 64 odstínů od nejtmavější po nejsvětlejší) odpovídá absolutní hodnotě detailních wavelet koeficientů. Hodnota těchto koeficientů je tím větší, čím větší je shoda mezi průběhem signálu a tvarem wavelet funkce při daném posunutí a měřítku wavelet okénka.

Potlačování rušivých složek signálů představující další významnou aplikaci DWT se skládá [6] ze tří po sobě následujících kroků (*obr. 3*):

- *dekompozici* signálu do určité úrovně N;
- prahování výsledných DWT koeficientů;
- rekonstrukci signálu s použitím upravených detailních koeficientů od úrovně 1 až N a aproximačních koeficientů z úrovně N.

*Prahování* koeficientů je přitom možné realizovat volbou globální úrovně společné pro všechny úrovně rozkladu (*global thresholding*) nebo je možné tuto úroveň odlišit pro dílčí dekompoziční úrovně a aplikovat prahování lokální (*level-dependent thresholding*). Při aplikaci prahování lze volit [3] prahování měkké (*soft*) a tvrdé (*hard*) nebo volit vlastní prahovací algoritmy. Při tvrdém prahování se vynulují koeficienty jejichž absolutní hodnota je menší než  $\delta$  podle vztahu

$$\mathbf{y}_{\text{hard}}(n) = \begin{cases} \mathbf{x}(n) & \text{pro} \mid \mathbf{x}(n) \mid > \delta \\ 0 & \text{pro} \mid \mathbf{x}(n) \mid \le \delta \end{cases}$$
(4)

Měkké prahování probíhá stejným způsobem, ale navíc se hodnota  $\delta$  odečítá od absolutních hodnot koeficientů větších než  $\delta$  podle vztahu

$$\mathbf{y}_{\text{soft}}(n) = \begin{cases} \operatorname{sign}(\mathbf{x}(n)) \left( | \mathbf{x}(n) | - \delta \right) & \operatorname{pro} | \mathbf{x}(n) \models \delta \\ 0 & \operatorname{pro} | \mathbf{x}(n) \models \delta \end{cases}$$
(5)

V porovnání s tvrdým prahováním nezpůsobuje měkké prahování nespojitosti ve výsledném zrekonstruovaném signálu. V programu Matlab se měkké prahování používá implicitně k odstraňování rušivých složek a tvrdé prahování ke kompresi [6].

Na *obr.* 4 jsou demonstrovány výsledky optimalizace prahovacího koeficientu  $\delta$  pro odstraňování rušivé složky z signálu EKG s přidaným náhodným šumem s Gaussovským rozložením pravděpodobnosti. Kritériem je minimalizace střední kvadratické chyby MSE ve zvýrazněném obrazu s využitím vztahu

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (x(k) - x_{w}(k))^{2}$$
(6)

kde  $x_w(k)$  je signál po filtraci s využitím wavelet funkcí.

V *tab. 1* jsou shrnuty výsledky tohoto experimentu s funkcemi sym4, db4 a coif4. Pro každou z těchto funkcí bylo provedeno 30 pokusů pro jednotlivé maximální úrovně dekompozice (1 až 5) a jako kritérium úspěšnosti odstraňování šumu bylo přitom uvažováno procentuální zlepšení MSE. Na *obr. 3* je zobrazeno globální prahování

| Tab. 1 Úspěšnost odstraňování rušivé složky ze signálu EEG |   |      |      |      |      |      |  |  |  |  |
|--|---|------|------|------|------|------|--|--|--|--|
| Wavelet/Veličina   | Úroveň dekompozice                      |      | •    |      |      | -    |  |  |  |  |
|  |   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |  |  |  |  |
| sym4   | průměrná <i>MSE</i> [10 <sup>-4</sup> ] | 7,37 | 6,93 | 6,14 | 6,79 | 5,68 |  |  |  |  |
|  | rozptyl MSE [10 <sup>-7</sup> ]         | 1,11 | 2,83 | 0,87 | 1,84 | 0,32 |  |  |  |  |
|  | zlepšení MSE [%]                        | 41,3 | 44,7 | 51,3 | 51,4 | 51,8 |  |  |  |  |
| db4  | průměrná <i>MSE</i> [10 <sup>-4</sup> ] | 6,80 | 4,74 | 6,33 | 7,49 | 7,43 |  |  |  |  |
|  | rozptyl MSE [10 <sup>-8</sup> ]         | 4,50 | 2,75 | 4,49 | 4,34 | 4,96 |  |  |  |  |
|  | zlepšení MSE [%]                        | 45,8 | 62,2 | 49,7 | 46,4 | 36,9 |  |  |  |  |
| coif4  | průměrná <i>MSE</i> [10 <sup>-4</sup> ] | 7,10 | 5,66 | 5,15 | 5,95 | 4,87 |  |  |  |  |
|  | rozptyl MSE [10 <sup>-8</sup> ]         | 9,57 | 18,0 | 4,22 | 6,09 | 2,03 |  |  |  |  |
|  | zlepšení MSE [%]                        | 43,4 | 54,9 | 59,1 | 57,4 | 58,6 |  |  |  |  |



Obr. 3 Potlačování rušivých složek signálu EKG prahováním koeficientů DWT: (a) původní a degradovaný signál, (b) původní a zvýrazněný signál, (c) dekompozice a rekonstrukce do třetí úrovně pomocí funkce sym4, (d) koeficienty degradovaného signálu a odhad prahovací úrovně, (e) princip měkkého prahování, (f) modifikované koeficienty pro rekonstrukci signálu



Obr. 4 Výsledky potlačování rušivé složky signálu EKG: (a) relativní zlepšení MSE, (b) hledání optimální hodnoty prahu

| Tab. 2 Úspěšnost odstraňování rušivé složky z obrazu MR |   |      |      |      |      |      |  |  |  |
|---|---|------|------|------|------|------|--|--|--|
| Wavelet/Veličina  | Úroveň dekompozice                      |      |      |      |      |      |  |  |  |
|   |   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |  |  |  |
| sym4  | průměrná <i>MSE</i> [10 <sup>-2</sup> ] | 2,63 | 1,80 | 2,03 | 3,34 | 4,24 |  |  |  |
|   | rozptyl MSE [10 <sup>-6</sup> ]         | 2,20 | 2,98 | 3,81 | 3,37 | 1,46 |  |  |  |
|   | zlepšení MSE [%]                        | 38,1 | 57,7 | 52,4 | 21,4 | 0,0  |  |  |  |
| db4   | průměrná <i>MSE</i> [10 <sup>-2</sup> ] | 2,43 | 1,70 | 1,95 | 3,21 | 4,24 |  |  |  |
|   | rozptyl MSE [10 <sup>-6</sup> ]         | 1,86 | 2,49 | 2,38 | 3,66 | 1,46 |  |  |  |
|   | zlepšení MSE [%]                        | 42,6 | 60,1 | 54,3 | 24,5 | 0,0  |  |  |  |
| coif4   | průměrná <i>MSE</i> [10 <sup>-2</sup> ] | 2,53 | 1,61 | 1,94 | 3,96 | 4,24 |  |  |  |
|   | rozptyl MSE [10 <sup>-6</sup> ]         | 2,27 | 1,49 | 1,88 | 6,99 | 1,46 |  |  |  |
|   | zlepšení MSE [%]                        | 40,4 | 62,1 | 54,4 | 6,9  | 0,0  |  |  |  |

detailních wavelet koeficientů do třetí úrovně dekompozice pomocí wavelet funkce coif4.

#### Zpracování obrazů

Wavelet transformace se ve zpracování obrazů používá zejména pro detekci hran a textur, vodotisk, kompresi dat, potlačování jejich rušivých složek a kódování charakteristických vlastností obrazů pro následnou klasifikaci [6] jejich komponent. Významnou aplikační oblastí je přitom analýza biomedicínských obrazů magnetické resonance (MR) založená na prahování koeficientů DWT po jejich dekompozici vhodnou wavelet funkcí. Princip odstraňování šumu z obrazu s použitím DWT je analogický k postupu pro zpracování jednorozměrného signálu, který může být chápán jako zvláštní forma obrazu redukovaného na jeden sloupec. Postup dekompozice dokumentovaný na *obr. 5* lze pro obrazovou matici  $[G(n, m)]_{NM}$  shrnout do následujících kroků:

- výchozí obrazová matice [G(n, m)]<sub>N,M</sub> se dekomponuje do prvé úrovně (na detailní a aproximační složku) samostatně pro každý řádek pomocí konvoluce obrazových elementů s dekompozičními vektory hodnot l<sub>d</sub>(k) (pro scaling funkci), resp. h<sub>d</sub>(k) (pro wavelet funkci), a po podvzorkování dvěma se vytvoří nové obrazové matice [G<sub>L</sub>(n, m)]<sub>N,M/2</sub> a [G<sub>H</sub>(n, m)]<sub>N,M/2</sub>;
- každá z obrazových matic  $[G_L(n, m)]$  a  $[G_H(n,m)]$  se zpracuje podobným způsoben po sloupcích a po podvzorkování dvěmi se vytvoří celkem čtyři nové obrazové matice zahrnující aproximační koeficienty  $A_1(n, m) = [G_{LL}(n, m)]_{N/2,M/2}$ , horizontální detaily  $H_1(n, m) = [G_{LH}(n, m)]_{N/2,M/2}$ , vertikální detaily  $V_1(n, m) = [G_{HL}(n, m)]_{N/2,M/2}$  a diagonální detaily  $D_1(n, m) = [G_{HH}(n, m)]_{N/2,M/2}$  původního obrazu.

Obrazovou matici  $A_1(n, m)$  – s polovičním počtem řádků i sloupců oproti matici původní – lze použít následně jako základ pro další dekompozici a redukci rozměru původní obrazové matice. Výsledek dekompozice reálného obrazu do prvé úrovně je pro funkci sym4 uveden na *obr. 5c* a příslušné koeficienty dílčích matic seřazené po sloupcích jsou znázorněny na *obr. 5e*.

Dekompoziční matice je možné dále použít pro rekonstrukci původního obrazu podobným způsobem jako při zpracování signálů. V případě, že hodnoty matic se nemění, lze původní obraz zrekonstruovat bez ztráty informace pomocí nulových hodnot vložených mezi dekomponované prvky a s užitím rekonstrukčních filtrů  $l_r(n)$  a  $h_r(n)$ . V případě modifikace dekompozičních matic lokálním nebo globálním prahováním jejich hodnot lze však dílčí obrazové elementy potlačit. Na *obr. 5f* jsou zobrazeny výsledné koeficienty po jejich modifikaci s použitím vhodně zvolené prahové úrovně  $\delta$  a na *obr. 5d* je uveden příslušný rekonstruovaný obraz.

Pro určení prahové úrovně existuje celá řada přístupů. V uvedeném případě byla optimální hodnota prahu určována numericky hledáním minima součtu čtverců odchylek mezi původními a rekonstruovanými hodnotami pro úroveň prahu volenou v rozmezí minimálního a maximálního dekompozičního prvku podobně jako v případě jednorozměrných dat. V *tab. 2* jsou obsaženy výsledky dosažené při odstraňování přidaného náhodného šumu z obrazu MR s využitím funkcí sym4, db4 a coif4 při 30 experimentech pro



Obr. 5 Odstranění šumové složky z MR obrazu páteře pomocí prahování DWT koeficientů: (a) Mallatovo schéma 2D DWT, (b) obraz MR s přidaným náhodným šumem, (c) první úroveň wavelet dekompozice pro funkci sym4, (d) zrekonstruovaný a interpolovaný obraz (spline interpolace), (e) absolutní hodnoty wavelet koeficientů, (f) koeficienty upravené prahováním

dekompozice od prvé do páté úrovně. Kritérium úspěšnosti je přitom uváděno ve formě procentuální zlepšení střední kvadratické chyby MSE. Nejlepší výsledky byly dosaženy při dvou úrovních dekompozice, kde byly všechny tři wavelet funkce přibližně stejně úspěšné v redukci MSE. Na *obr. 6* je znázorněno odstraňování rušivé složky pomocí prahování detailních wavelet koeficientů do druhé úrovně dekompozice s použitím db4 wavelet funkce. Prahování je měkké a globální s hodnotou prahu určenou zmíněným optimalizačním postupem. Rozlišení zrekonstruovaného obrazu je zjemněno pomocí *spline* interpolace.

#### Závěr

Cílem příspěvku bylo seznámení s možnostmi užití wavelet transformace při analýze a zpracování biomedicínských signálů a obrazů. Těžiště práce je přitom v uvedení základních algoritmických postupů dekompozice dat z hlediska jejich dalšího zpracování pro potřeby potlačování aditivních rušivých složek. Zvláštní pozornost je přitom



Obr. 6 Odstraňování šumu z MR obrazu páteře pomocí prahování detailních wavelet koeficientů: (a) obraz MR znehodnocený aditivním náhodným šumem, (b) wavelet dekompozice do druhé úrovně s použitím funkce db4, (c) rekonstrukce obrazu z prahovaných koeficientů, (d) wavelet koeficienty zašuměného obrazu a prahovací úroveň věnována možnostem optimalizace prahovacích koeficientů pro rozdílné úrovně dekompozice a zvolené analyzující wavelet funkce s aplikací uvedeného přístupu pro zpracování signálů EKG a MR obrazu páteře. Souhrnně lze konstatovat, že wavelet transformace poskytuje široké možnosti analýzy a zpracování signálů a obrazů s rozsáhlými aplikačními možnostmi v řadě oborů.

Práce vznikla v rámci výzkumného záměru MSM 6046137306 Fakulty chemicko-inženýrské na Vysoké škole chemicko-technologické v Praze. Biomedicínská data byla laskavě poskytnuta Centrem neurologické péče v Rychnově nad Kněžnou.

Lektoroval prof. Ing. Pavel Sovka, CSc.

### LITERATURA

- AGRAFTOTIS, D., BULL, D. R., CANAGARAJAH, N. Region of Interest Coding of Volumetric Medical Images. In Proceedings of the 2003 International Conference on Image Processing, vol. 2, pp. 217–220. IEEE, 2003.
- [2] DAUBECHIES, I. The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis. IEEE Trans. Inform. Theory, 36:961–1005, September 1990.
- [3] NGUYEN, T., STRANG, G. *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley-Cambridge Press, 1996.
- [4] KINGSBURY, N. Complex Wavelets for Shift Invariant Analysis and Filtering of Signals. Journal of Applied and Computational Harmonic Analysis, 10(3):234–253, May 2001.
- KINGSBURY, N., ZYMNIS, A., PENA, A. DT-MRI Data Visualisation Using the Dual Tree Complex Wavelet Transform. In IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: Macro to Nano, vol. 1, pp. 328–331. IEEE, 2004.
- [6] OPPENHEIM, G., POGGI, J. M., MISITI, M., MISITI, Y. Wavelet Toolbox. The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts 01760, April 2001.
- [7] MALLAT, S. A. *Wavelet Tour of Signal Processing*. San Diego : Academic Press, 1998.
- [8] MENEGAZ, G., GREWE, L., THIRAN, J. P. Multirate Coding of 3D Medical Data. In Proceedings of the International Conference on Image Processing, vol. 3, pp. 656–659. IEEE, 2000.
- [9] NEWLAND, D. E. An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis. Longman Scienti?c & Technical, Essex, U.K., third edition, 1994.
- [10] POLIKAR, R. Wavelet tutorial. eBook, March 1999. http://users.rowan.edu
- [11] PTÁČEK, J., PÁNEK, M., PROCHÁZKA, A. Wavelet transformace ve zpracování diskrétních signálů. Automatizace, 45 (2002), č. 1, s. 26–30.
- [12] VALENS, C. A really friendly guide to wavelets. eBook, 2004. http://perso.wanadoo.fr
- [13] WANG, K., HUANG, J. Medical Image Compression by Using Three-dimensional Wavelet Transformation. IEEE Trans. on Medical Imaging, 15(4):547–554, 1996.
- [14] WEEKS, M., BAYOUMI, M. A. Three-Dimensional Discrete Wavelet Transform Architectures. IEEE Trans. on Signal Processing, 50(8):2050–2063, 2002.



**Prof. Ing. Aleš Procházka, CSc.**, je absolventem oboru Technická kybernetika Fakulty elektrotechnické ČVUT v Praze. V současné době působí jako proděkan FCHI a vedoucí odborné skupiny Číslicového zpracování signálů a obrazů na Ústavu počítačové a řídicí techniky VŠCHT v Praze. Jeho odborná činnost je zaměřena na analýzu a číslicové zpracování signálů, umělé neuronové sítě, aplikaci wavelet transformace a na modelování, segmentaci, klasifikaci a predikci časových řad.



**Ing. Eva Hošťálková** je absolventkou oboru Inženýrská informatika VŠCHT Praha. Její odborná práce v rámci doktorského studijního programu v oboru Technická kybernetika je zaměřena na aplikaci wavelet transformace pro zpracování vícerozměrných signalů s aplikací na zvýrazňování biomedicínských obrazů MR. Další zájmy zahrnují obecné metody zpracování signalů, zpracování multimedií a počítačové prostředky inženýrské informatiky.