

# TRANSFORMACE BLOKOVÉHO SCHÉMATU NA CELKOVÝ PŘENOS

Vladimír Hanta

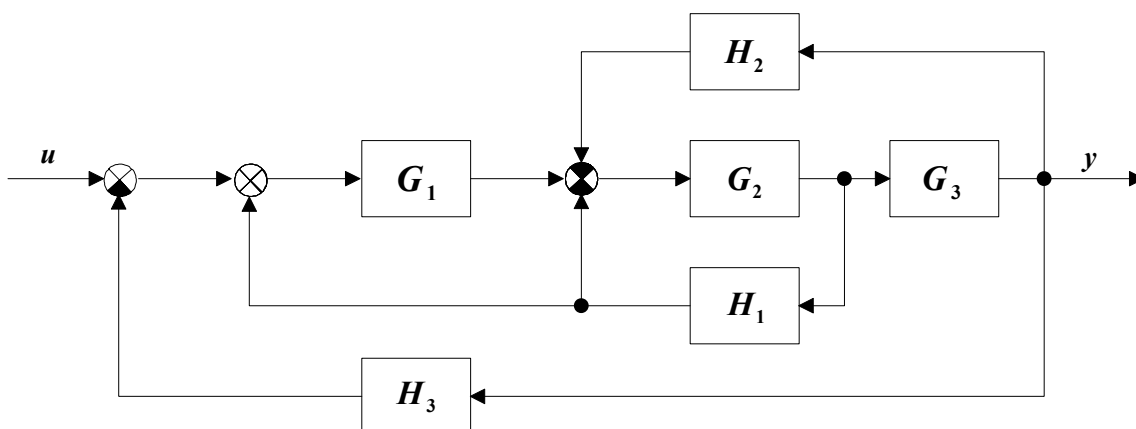
Vysoká škola chemicko technologická v Praze, Ústav počítačové a řídicí techniky

## Abstrakt

Algebra blokových schémat a použití Masonova pravidla na řešení odpovídajícího grafu signálových toků jsou srovnány s aplikací funkcí matlabovského toolboxu symbolické matematiky. Tato cesta se zdá být vhodná a použitelná i pro každého méně zkušeného uživatele Matlabu. Metoda spočívá v jednoduché aplikaci funkce `solve`. Při jejím použití je možné pracovat s přenosy zadanými v obecné formě nebo ve formě racionální lomené funkce s číselnými nebo symbolickými koeficienty.

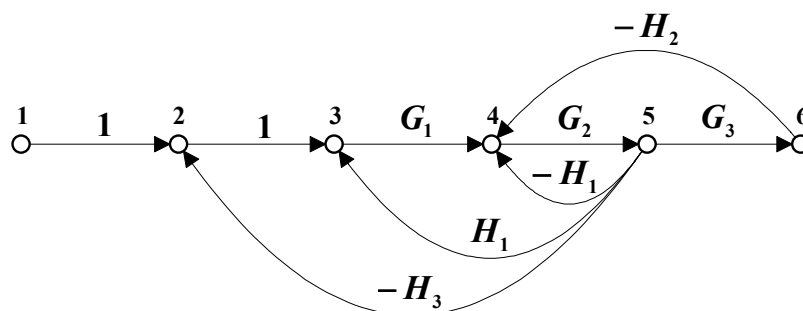
## 1 Úvod

Lineární řídicí systémy lze obvykle reprezentovat pomocí blokových schémat (obr. 1) nebo grafů signálových toků. Obě tyto reprezentace je často zapotřebí zjednodušovat a transformovat do tvaru výsledného přenosu (obr. 3). Při zjednodušování blokového schématu se obvykle používá algebra blokových schémat.



Obr. 1: Původní blokové schéma

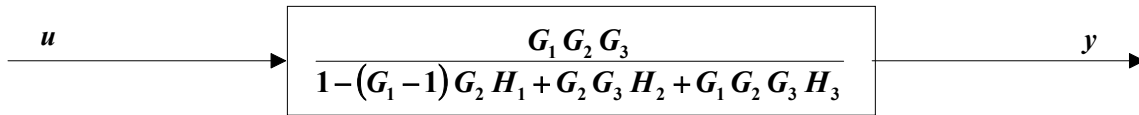
Další možný způsob zjednodušování blokového schématu je převod na graf toků signálů a jeho řešení pomocí Masonova pravidla. Blokové schéma uvedené na obr. 1 lze jednoduše převést na odpovídající graf signálových toků (viz obr. 2). Masonovo pravidlo vyžaduje nalezení všech speciálních podgrafů řešeného grafu signálových toků – cyklů a přímých cest. Pro použití Masonova pravidla (např. funkce `mason` vytvořená Waltonem [1]) musí být graf signálových toků dán pomocí seznamu jeho hran nebo nějakou jinou reprezentací (např. matice sousednosti).



Obr. 2: Blokové schéma transformované na graf signálových toků

## 2 Bloková schémata

Bloková schémata lze zjednodušovat použitím algebry blokových schémat. Je to množina pravidel, které se v procesu transformace postupně aplikují pomocí heuristického postupu. Tento postup spočívá v několika postupně se střídajících a opakujících krocích: zjednodušování subschématu a přesuny prvků různých i stejných typů v blokovém schématu.



Obr. 3: Blokové schéma transformované na celkový přenos

Formulace pravidel algebry blokových schémat je založena na převodu pravidel pro řešení nebo úpravu rovnic některého pod systému matematického modelu systému do grafické podoby spočívající v transformaci a výměně prvků blokového schématu. Matematický model systému se získá převodem blokově orientovaného modelu na rovnicově orientovaný. Většina formulací algebry je založena na následujících operacích mezi bloky a dalšími prvky blokového schématu (součtové uzly a body rozvětvení):

1. eliminace sériových bloků,
2. eliminace paralelních bloků,
3. eliminace bloků ve zpětné vazbě,
4. přesun bloku za součtový uzel,
5. přesun bloku před součtový uzel,
6. přesun bloku za bod rozvětvení,
7. přesun bloku před bod rozvětvení,
8. odstranění bloku z přímé cesty,
9. vložení bloku do přímé cesty,
10. odstranění bloku ze zpětné vazby,
11. vložení bloku do zpětné vazby,
12. přeskupení součtových uzlů,
13. záměna součtových uzlů,
14. přesun bodu rozvětvení za nebo před součtový uzel.

Princip tvorby grafických pravidel algebry blokových schémat lze ukázat na dvou typických příkladech: eliminace bloků ve zpětné vazbě a odstranění bloku z přímé cesty. V prvním případě se po přechodu na rovnicově orientovaný model ze soustavy dvou rovnic o třech proměnných eliminuje vnitřní proměnná (viz Tab. 1).

Tabulka 1: ODVOZENÍ PRAVIDLA PRO ODSTRANĚNÍ BLOKU VE ZPĚTNÉ VAZBĚ

	<i>Blokové schéma</i>	<i>Matematický model</i>
Původní uspořádání		$x = u - G_2 y$ $y = G_1 x$
Výsledné uspořádání		$y = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2} u$

Ve druhém případě se použijí jednoduché algebraické úpravy podle asociativního, komutativního a distributivního zákona pro součet proměnných a násobení proměnných přenosem (viz Tab. 2).

Tabulka 2: ODVOZENÍ PRAVIDLA PRO ODSTRANĚNÍ BLOKU Z PŘÍMÉ CESTY

	<i>Blokové schéma</i>	<i>Matematický model</i>
Původní uspořádání		$x_1 = G_1 u$ $x_2 = G_2 u$ $y = x_1 + x_2$
Výsledné uspořádání		$y = G_2 \left( \frac{1}{G_2} G_1 + 1 \right) u$

### 3 Grafy signálových toků

Další grafický způsob reprezentace lineárních řídicích systémů jsou grafy signálových toků. Jejich předností je existence Masonova pravidla – algoritmu pro výpočet celkových přenosů, proti blokovým schémátům jsou však méně názorné. Existuje řada implementací Masonova pravidla pro graf zadaný nějakým vhodným způsobem. Jednu z nich představuje matlabovská funkce `mason` (Walton [1]). Vyžaduje zadání grafu signálových toků pomocí seznamu hran včetně jejich ohodnocení (přenosu). Seznam hran se zadává pomocí textového souboru (jeden ze vstupních parametrů), každá hrana je zadána čtveřicí: pořadové číslo hrany, počáteční uzel, koncový uzel, přenos. Pro graf signálových toků zobrazený na obr. 2 má seznam hran tento tvar:

1	1	2	1
2	2	3	1
3	3	4	G1
4	4	5	G2
5	5	6	G3
6	5	3	H1
7	5	4	(-H1)
8	6	2	(-H3)
9	6	4	(-H2)

Složitější přenosy je nutné zadávat v závorkách. Pro uvedený seznam hran funkce `mason` poskytnete tyto výsledky:

```

Net File      : gst.net
Start Node   : 1
Stop Node    : 6
----- Paths -----
P1 : 1 2 3 4 5
- Order 1 Loops -
L11 : 2 3 4 5 8
L12 : 3 4 6
L13 : 4 5 9
L14 : 4 7

Numerator = 1*1*G1*G2*G3*(1-0)

Denominator = 1-(1*G1*G2*G3*(-H3)+G1*G2*H1+G2*G3*(-H2)+G2*(-H1))
    
```

Výsledný přenos je zobrazen pomocí výrazů v čitateli a ve jmenovateli ve tvaru textového řetězce, nejsou provedeny ani elementární úpravy těchto výrazů. Autor doporučuje transformovat výrazy do symbolické formy a pro úpravu použít funkce MATLAB Symbolic Math Toolboxu.

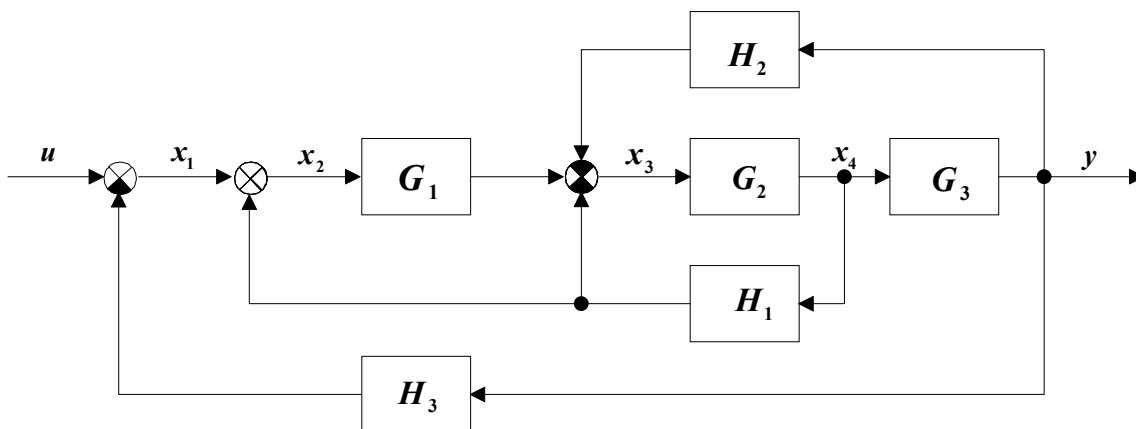
#### 4 Přímá aplikace MATLAB Symbolic Toolboxu

Přímé použití funkcí MATLAB Symbolic Toolboxu při zjednodušování složitých blokových schémat se zdá být pro běžného uživatele nejvhodnější postup. Není zapotřebí zjednodušovat blokové schéma pomocí relativně složitých grafických pravidel nebo převádět blokové schéma na graf signálových toků a řešit jej vhodnou implementací Masonova pravidla. Postačuje použít takovýto postup (předpokládá se, že všechny potřebné symbolické proměnné jsou definovány):

1. každé vnitřní veličině vystupující ze součtových uzlů blokové schématu (případně i výstupním veličinám bloků) se přiřadí vhodné označení, např. při přirozeném očíslování těchto uzlů  $x_i$ , kde  $i$  je přirozené číslo (viz obr. 4),
2. pro všechny výstupní veličiny se запиše jednoduchá symbolická lineární rovnice ve tvaru: výstupní veličina = součet vstupních veličin (znaménka vstupních veličin se respektují),
3. tyto rovnice se ve vynulovaném tvaru přiřadí vhodné symbolické proměnné, např.  $eq_i$  kde  $i$  je odpovídající přirozené číslo,
4. vytvořená soustava symbolických rovnic se vyřeší pro výstupní a všechny vnitřní proměnné,
5. výsledný přenos se určí jako podíl výstupní a vstupní veličiny.

Tento postup lze pro dané blokové schéma zformulovat do jednoduchého m-souboru nebo do posloupnosti příkazů zadávaných v konverzačním režimu postupně v příkazovém okně:

```
% Jednoduchý m-soubor pro určení výsledného přenosu
% lineárního řídicího systému daného blokovým schématem
% definice vstupní a výstupní veličiny
syms u y
% definice vnitřních veličin
syms x1 x2 x3 x4
% definice přenosů
syms G1 G2 G3 H1 H2 H3
% vytvoření soustavy symbolických rovnic
eq1=u-H3*y-x1
eq2=x1+H1*x4-x2
eq3=G1*x2-H1*x4-H2*y-x3
eq4=G2*x3-x4
eq5=G3*x4-y
% řešení soustavy symbolických rovnic
[x1s,x2s,x3s,x4s,ys]=solve(eq1,eq2,eq3,eq4,eq5,'x1,x2,x3,x4,y')
%výpočet výsledného přenosu
G=simple(ys/u)
```



Obr. 4: Blokové schéma doplněné o vnitřní veličiny

Tento jednoduchý postup zapsaný ve formě výše uvedeného m-souboru poskytne tyto výsledky (byly formálně upraveny kvůli úspoře místa):

```
eq1=u-H3*y-x1
eq2=x1+H1*x4-x2
eq3=G1*x2-H1*x4-H2*y-x3
eq4=G2*x3-x4
eq5=G3*x4-y

x1s=-u*(G1*H1*G2-H1*G2-H2*G3*G2-1)/(G1*H3*G3*G2-
G1*H1*G2+H1*G2+H2*G3*G2+1)
x2s=u*(H1*G2+H2*G3*G2+1)/(G1*H3*G3*G2-G1*H1*G2+H1*G2+H2*G3*G2+1)
x3s=G1*u/(G1*H3*G3*G2-G1*H1*G2+H1*G2+H2*G3*G2+1)
x4s=G2*G1*u/(G1*H3*G3*G2-G1*H1*G2+H1*G2+H2*G3*G2+1)

ys=G3*G2*G1*u/(G1*H3*G3*G2-G1*H1*G2+H1*G2+H2*G3*G2+1)

G=G3*G2*G1/((-G1*G2+G2)*H1+G1*H3*G3*G2+H2*G3*G2+1)
```

Výsledný přenos až na formální odlišnosti je totožný s výsledky získanými pomocí algebry blokových schémat i řešením grafu signálových toků. Velká výhoda tohoto postupu spočívá v tom, že přenosy nemusí být zadány pouze formálně pomocí názvu, ale i zcela konkrétně jako symbolické racionální lomené funkce se symbolickými i numerickými koeficienty. Formální úpravu výsledku do tvaru racionální lomené funkce provede automaticky funkce `solve`, případně lze použít ještě další funkce toolboxu symbolické matematiky pro zjednodušování výrazů.

## 5 Závěr

Při srovnání tří postupů zjednodušování blokového schématu a výpočtu celkové přenosové funkce se použití funkce `solve` zdá být pro méně zkušeného uživatele nejvhodnější. Aplikace algebry blokových schémat je složitý grafický zjednodušovací postup s důrazem na heuristické objevování postupu vhodného pro strukturu daného blokového schématu. Při použití metody grafů signálových toků je zapotřebí provést transformaci blokového schématu na graf signálových toků a vytvořit vhodný popis grafu. Při použití toolboxu symbolické matematiky postačuje vytvořit soustavu jednoduchých rovnic typu výstup = součet vstupů a zapsat ji ve formě vhodné pro použití funkce `solve`. Lze samozřejmě vytvořit sofistikovanější plně algoritmizovaný postup, ale to vede k problému najít vhodný popis blokového schématu a výhoda jednoduchosti se ztrácí.

## Literatura

- [1] P. C. Chau: *Process Control. A First Course with MATLAB*. Cambridge University Press, Cambridge, 2002
- [2] Y. Chow, E. Cassagnol: *Linear Signal-flow Graphs and Applications*. Wiley, New York, 1962.
- [3] S. Kubík, Z. Kotek, V. Strejc, J. Štecha: *Teorie automatického řízení I. Lineární a nelineární systémy*. SNTL, Praha, 1982
- [4] B. C. Kuo: *Automatic Control Systems*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1991.
- [5] R. Walton: *Mason Rule Solver Program*.  
<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/loadFile.do?objectId=22&objectType=file>

---

Ing. Vladimír Hanta, CSc.

Vysoká škola chemicko technologická v Praze

Ústav počítačové a řídicí techniky

Technická 5, 166 28 Praha 6

tel.: +420-2 2435 4212, fax.: +420-2 2435 5053, e-mail: hantav@vscht.cz