

CHYBA DEVIACE VEKTORU PAPRSKU PENTAGONÁLNÍHO HRANOLU

Vítězslav Obr

Katedra vyšší geodézie, Fakulta stavební ČVUT, Praha

Abstract

Určení deviace vektoru paprsku po průchodu optickými členy je jednou ze základních úloh geometrické optiky. Preciznost zpracování těchto členů limituje výslednou kvalitu zobrazení. Především ekonomicko technické faktory vyžadují dobrou znalost použitelné kvality optického členu. V tomto článku je zmiňovaná problematika nejprve zpracována obecně jako deviace vektoru paprsku po průchodu obecným hranolem definovaným vektorovou bází normálových vektorů lámavých a odrazných ploch. Následně jsou obecné vzorce aplikovány na případ pentagonálního hranolu a ukázáno velmi jednoduché statistické řešení problému.

1 Průchod paprsku obecnou vektorovou bází

Zákon lomu ve vektorové formě lze vyjádřit následujícím zápisem

$$N_1 (\vec{s}_1 \times \vec{n}_1) = N_0 (\vec{s}_0 \times \vec{n}_1)$$

kde N_i značí indexy lomu prostředí, \vec{n}_1 je normálový vektor lámavé plochy a \vec{s}_0, \vec{s}_1 jsou vektory vstupujícího a výsledného lomeného paprsku. Lehce lze odvodit vzorec (1)

$$\vec{s}_1 = \frac{N_0}{N_1} \vec{s}_0 + \left[(\vec{s}_1 \vec{n}_1) - \frac{N_0}{N_1} (\vec{s}_0 \vec{n}_1) \right] \vec{n}_1 \quad (1)$$

a dále vzorec (2)

$$\vec{s}_1 = \frac{N_0}{N_1} \vec{s}_0 + \left[\sqrt{1 - \left(\frac{N_0}{N_1} \right)^2 (1 - \vec{s}_0^2 \vec{n}_1^2)} - \frac{N_0}{N_1} (\vec{s}_0 \vec{n}_1) \right] \vec{n}_1 \quad (2)$$

Nutno si uvědomit, že odraz je jen speciálním případem lomu, kde indexy lomu obou prostředí mají stejnou hodnotu a normálový vektor lámavé plochy opačnou orientaci.

$$\begin{aligned} N_1 &= N_2 \\ (\vec{s}_1 \vec{n}_1) &= -(\vec{s}_1 \vec{n}_0) \end{aligned} \quad (3)$$

Za podmínek (3) dle odvození uvedeném podrobněji v [5] lze s výhodou výraz (2) přepsat pro lom ve tvaru determinantní:

$$\vec{s}_1 = \begin{vmatrix} \vec{s}_0 & 2\vec{s}_0 \vec{n}_1 \\ \vec{n}_1 & 1 \end{vmatrix} \quad (4)$$

a dále pak v obecný tvar pro n odrazů

$$\vec{s}_n = \begin{vmatrix} \vec{s}_0 & 2(\vec{s}_0\vec{n}_1) & 2(\vec{s}_0\vec{n}_2) & \dots & 2(\vec{s}_0\vec{n}_n) \\ \vec{n}_1 & 1 & 2(\vec{s}_1\vec{n}_2) & \dots & 2(\vec{n}_1\vec{n}_n) \\ \vec{n}_2 & 0 & 1 & \dots & 2(\vec{n}_2\vec{n}_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vec{n}_n & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5)$$

Zákon lomu není v determinantním tvaru pro výpočet vhodný.

2 Deviace paprsku po průchodu pentagonálním hranolem

Pentagonální hranol patří k jedněm z nejdůležitějších hranolů, neboť nachází široké pole působnosti v řadě odvětví vědy a techniky. Jmenujme zde např. oblast fotografické optiky a dále pak oblast geodézie. Vzhledem k tomu, že výroba každého optického prvku je vždy ztížena určitou chybou [1,3,4], nechovají se vyrobené optické prvky tak, jak by se měly teoreticky chovat. Je proto velmi důležité znát vliv chyb jednotlivých optických prvků na jimi prováděnou transformaci vlnového pole.

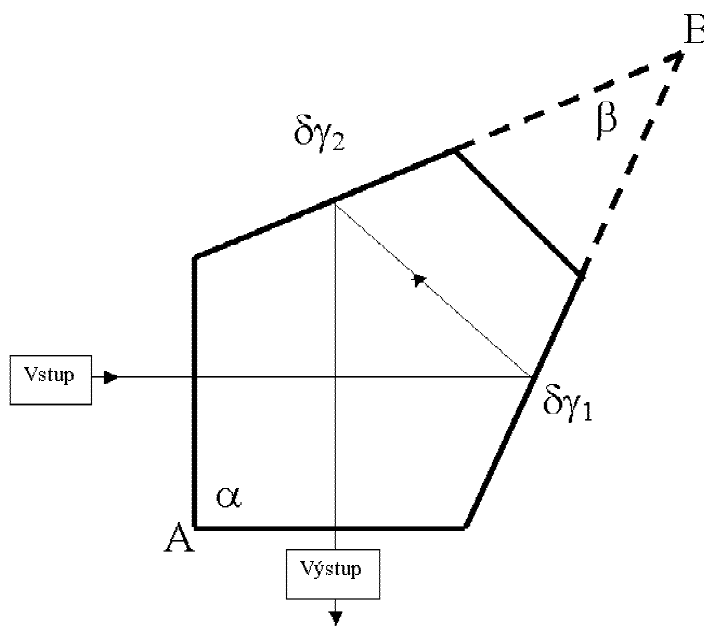


Figure 1: Obyčejný pentagonální hranol ($\alpha_0 = 90^\circ$, $\beta_0 = 45^\circ$)

Na obrázku (Figure 1) je uvedeno schéma obyčejného pentagonálního hranolu. Při průchodu paprsku hranolem dochází ke dvěma lomům (při vstupu a výstupu paprsku z hranolu) a dvěma odrazům uvnitř hranolu. Základní funkcí obyčejného pentagonálního hranolu je odchýlit na něj dopadající paprsek o úhel 90° . Pro nominální hodnoty úhlů při základních hranách hranolu platí $\alpha_0 = 90^\circ$, $\beta_0 = 45^\circ$. Vzhledem k výrobním chybám, budou se tyto úhly lišit od nominálních úhlů.

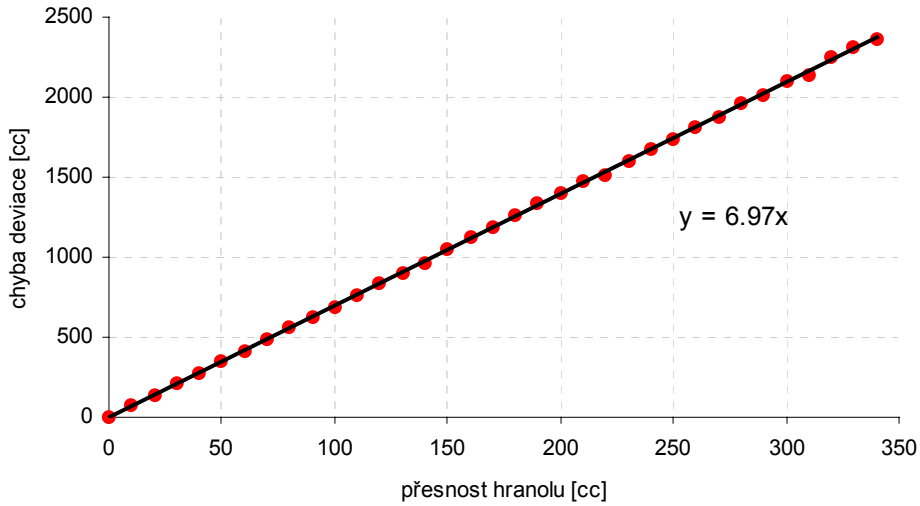


Figure 2: Regresní přímka proložená maximálními hodnotami chyb deviace paprsku pro hranoly různé kvality (přesnost hranolu). Vektor vstupujícího paprsku je rovnoběžný s normálou první lámavé plochy.

Dle výše odvozených vzorců lze pro deviaci paprsku po průchodu pentagonálním hranolem psát následující rovnice.

Lom 1 ($\vec{s}_0 \rightarrow \vec{s}_1$)

$$\vec{s}_1 = \frac{N_0}{N_1} \vec{s}_0 + \left[\sqrt{1 - \left(\frac{N_0}{N_1}\right)^2 + \left(\frac{N_0}{N_1}\right)^2 (\vec{s}_0 \vec{n}_1)^2} - \frac{N_0}{N_1} (\vec{s}_0 \vec{n}_1) \right] \vec{n}_1 \quad (6)$$

Odrazy ($\vec{s}_1 \rightarrow \vec{s}_2 \rightarrow \vec{s}_3$)

$$\vec{s}_3 = \begin{vmatrix} \vec{s}_1 & 2\vec{s}_1 \vec{n}_2 & 2\vec{s}_1 \vec{n}_3 \\ \vec{n}_2 & 1 & 2\vec{s}_2 \vec{n}_3 \\ \vec{n}_3 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (7)$$

Lom 2 ($\vec{s}_3 \rightarrow \vec{s}_4$)

$$\vec{s}_4 = \frac{N_3}{N_4} \vec{s}_3 + \left[\sqrt{1 - \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 + \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 (\vec{s}_3 \vec{n}_4)^2} - \frac{N_3}{N_4} (\vec{s}_3 \vec{n}_4) \right] \vec{n}_4 \quad (8)$$

Vyjádření popisující chybu odklonu paprsku od požadované hodnoty (v tomto případě 90°) po průchodu pentagonálním hranolem získáme diferencováním soustavy rovnic (6-8) dle jednotlivých normál k lámavým plochám. Tento pracný postup byl nahrazen statistickou metodou s využitím programového prostředí MATLAB. Byly náhodně simulovány chyby normálových vektorů všech lámavých a odrazných ploch hranolu v miliónech opakování. Následovně byla spočítána deviaci paprsku po průchodu těmito hranoly. Výpočet byl prováděn pro různé hodnoty vektoru vstupujícího paprsku Takto vzniklý soubor dat byl dále statisticky zpracován.

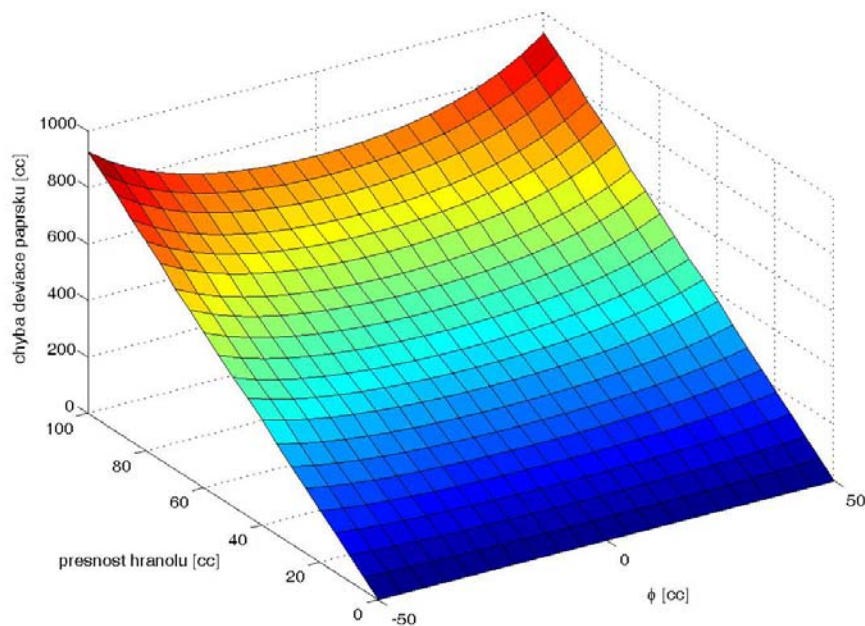


Figure 3: Chyba deviace paprsku po průchodu pentagonálním hranolem v závislosti na přesnosti hranolu (maximálních úhlových odchylkách-chybách normál ploch hranolu) a velikosti odklonu úhlu vstupujícího paprsku (ϕ [cc]) od kolmého směru k lámavým plochám v rovině hlavního řezu.

3 Závěr

V práci byla předvedena statistická metoda analýzy vlivu výrobních chyb pentagonálního hranolu (nedodržení požadovaných hodnot normál lámavých a odrazných ploch hranolu – resp. úhlů svíraných stěnami hranolu) a vlivu úhlu vektoru vstupujícího paprsku na velikost výsledné chyby deviace vektoru vystupujícího paprsku. Byl zjištěn téměř lineární nárůst velikosti chyby v závislosti na snižující se kvalitě hranolu (lineární zvýšení maximálních chyb úhlů svíraných normálami lámavých a odrazných ploch touto vadou zatížených a nezatížených), a nelineární zvýšení chyby deviace paprsku v závislosti na velikosti úhlu vstupujícího paprsku v rovině hlavního řezu pentagonálním hranolem.

Práce byla vypracována v rámci projektu MSM6840770022 ministerstva školství ČR.

Literatura

- [1] A.Mikš, Aplikovaná optika 10, Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.
- [2] A.Mikš, “Interferometrické metody vyhodnocování sférických ploch v optice“, Jemná mechanika a optika, 2000, roč. 46, č. 1, s. 29-35.
- [3] A.N.Bardin: Technologija optičeskogo stekla. Vysšaja škola, Moskva 1963.
- [4] E.Keprt: Základy technologie optické výroby II. SPN, Praha 1965.
- [5] E. Kašpar, Optické hranoly, Zvláštní otisk Sborníku Masarykovy akademie práce, r.22, č.125., s.2.
- [6] D.Malacara, Optical Shop Testing. John Wiley & Sons, N.Y. 1992.
- [7] A.Mikš, J.Novák, “Testing of plano optical elements“, Optica Applicata, 2003, Vol.33, No.2-3, p.391-402.

Vítězslav Obr

Department of Advancet Geodesy, Faculty of Civil Engineering, Czech Technical University in Prague, Thákurova 7, 16629 Praha 6, E-mail: vitezslav.obr@gmail.com