# NÁVRH A APLIKACE KOMPLEXNÍCH VLNEK PRO IDENTIFIKACI SIGNÁLŮ ČÍSLICOVÝCH MODULACÍ

#### R. Pavlík

#### VOP-026 Šternberk, s.p., divize VTÚO Brno

#### Abstrakt

Analýza a identifikace signálů číslicových modulací je důležitou součástí monitorovacích a průzkumných komunikačních systémů v civilní a především ve vojenské oblasti. V případě, že přijímací zařízení (přijímač) postrádá přesnou znalost parametrů přijímaných signálů, je nutné hledat nebo odhalovat parametry zachyceného signálu v jeho vlastní struktuře. Rozšíření možností analýzy a získání příznaků pro identifikaci představuje použití časově-frekvenčních a časověměřítkových metod, z nichž především vlnková transformace vykazuje příznivé lokalizační vlastnosti především při detekci nespojitostí v analyzovaném signálu.

## 1 Úvod

Základní vlastností vlnkové transformace je schopnost dosáhnout vhodnou změnou šířky 'okna' v čase a jeho tvarem optimálního poměru rozlišitelnosti v čase a kmitočtu. Pro nízké kmitočty je "okno" širší, pro vysoké užší. To je hlavní rozdíl oproti STFT, protože ta používá během celého výpočtu stejně velké okno. Díky tomu, že vlnková transformace používá proměnnou velikost okna, mají vyšší kmitočty větší rozlišení v čase a nízké jsou zase lépe lokalizovány v kmitočtu.

Základním druhem vlnkové transformace je spojitá vlnková transformace, definovaná pro signál s konečnou energií, s(t), jako [1], [2]

$$C(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\psi_a^*(t)dt = \frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right)dt,$$
(1)

kde *a* je parametr dilatace (měřítko) vlnky (waveletu), *b* je parametr polohy (posunu) vlnky,  $\psi^*(t)$ představuje komplexně sdruženou funkci mateční vlnky  $\psi(t)$ . Odvozené měřítkové vlnky  $\psi_a(t)$  vznikají časovou dilatací ('roztahováním') a posunem  $\psi(t)$ . Vlnkové koeficienty, představující dvojrozměrnou funkci C(a, b), obsahují lokální kmitočtovou informaci signálu s(t) v čase t = b a kmitočtu  $f_a = f_o/a$ , kde  $f_o$  je charakteristický kmitočet  $\psi(t)$  definovaný pro měřítko a = 1 a b = 0.<sup>1</sup>

Matečních vlnek existuje spousta typů a každá z nich je svými vlastnostmi více či méně vhodná pro analýzu konkrétního signálu. Proto je při analýze daného signálu velmi důležité vybrat vhodnou vlnku. Základním požadavkem může být podobnost tvaru vlnky charakteristickým úsekům signálu, který má být analyzován.

#### 2 Požadavky na vlnku

Aby mohla být jakákoliv funkce klasifikována jako vlnka/wavelet, musí splňovat určitá matematická kritéria, mezi něž patří:

1. Vlnka musí mít jednotkovou energii:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \psi(t) \right|^2 dt < +\infty,$$
<sup>(2)</sup>

kde *E* je energie funkce počítaná jako integrál z absolutní hodnoty (modulu) této funkce umocněné na druhou. Jestliže je  $\psi(t)$  komplexní funkce, musí být amplituda vypočítána z její realné i imaginární složky.

 $<sup>^{1}</sup>$   $f_{o}$  bývá také často definována jako střední frekvence (central frequency), maximální frekvence (peak frequency) nebo passband center frequency.

2. Za předpokladu, že  $\widehat{\psi}(f)$  je Fourierova transformace  $\psi(t)$ , tj.

$$\widehat{\psi}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-j2\pi f t} dt, \qquad (3)$$

musí být splněna následující podmínka:

$$C_g = \int_0^\infty \frac{\left|\widehat{\psi}(f)\right|^2}{f} df < \infty.$$
(4)

Z této podmínky vyplývá, že vlnka nemá složku o nulovém kmitočtu,  $\psi(0) = 0$ , nebo jinými slovy řečeno, vlnka  $\psi(t)$  musí mít nulovou střední hodnotu. Rovnice (4) je známa jako *podmínka přípustnosti (admissibility condition)* a  $C_g$  se nazývá *konstanta přípustnosti (admissibility constant)*. Hodnota  $C_g$  je závislá na samotné vlnce.

3. Doplňující podmínkou, která musí být splněna pro komplexní vlnky, je skutečnost, že Fourierova transformace musí být pro záporné kmitočty nulová.

## 3 Návrh vhodné vlnky

Možnost zvolit si vhodnou mateční vlnku (nebo bázovou funkci) pro transformaci signálu umožňuje analyzovat daný signál *přizpůsobenou* bázovou funkcí. Tato skutečnost je jednou ze základních předností vlnkové transformace ve srovnání s analýzou založenou na Fourierově transformaci, jejíž bázová funkce je tvořena v čase nekonečnou komplexní exponenciálou.

Možnost volby mateční vlnky je však omezena určitými matematickými podmínkami a tím se návrh vhodné vlnky může stát poměrně obtížnou úlohou směřující k vybraným partiím matematické analýzy.

## 4 Komplexní vlnky/wavelety

Komplexní nebo analytické vlnky/wavelety představují jednu ze základních tříd vlnkových funkcí, které mají jak reálnou, tak imaginární složku. Tato skutečnost umožňuje oddělit amplitudové a fázové složky v analyzovaném signálu a získat tak kromě modulu (tj. absolutní hodnoty) i fázi vlnkových koeficientů jako další možný parametr k vyhodnocení analýzy a interpretace daného signálu. Obecně tak může aplikace komplexní vlnky zvýšit analyzační schopnost samotné vlnkové transformace oproti analýze s použitím čistě reálné vlnky.

Z této skutečnosti vyplývá několik základních požadavků na tvar samotné vlnky vhodné pro analýzu číslicových modulovaných signálů:

- 1. podobnost tvaru vlnky s charakteristickými úseky signálu, který má být analyzován,
- 2. symetrický nebo antisymetrický tvar vlnky,
- 3. dosažení kompromisu mezi polohovou lokalizací přechodových dějů v analyzovaném signálu a jeho kmitočtovým rozlišením,
- 4. vlnka musí mít konečnou energii.

U číslicových modulací [5], [6], [7] lze jednotlivé signálové prvky  $s_i(t)$ , tj. symboly modulovaného signálu, považovat za signály s konečnou energií, jejichž tvarové průběhy jsou odvozeny z kosinové (resp. sinusové) funkce. Je zřejmé, že vzájemná korelace těchto signálových prvků s analyzační vlnkou bude tím větší, čím bude tvar vlnky bližší tvarovému průběhu samotných signálových prvků. V tomto případě je tedy nutné docílit toho, aby maximum korelace nastávalo uvnitř signálového prvku a směrem k okrajům signálového prvku, tj. místům s nespojitostí fáze, se hodnota korelace snižovala.

Tvar vlnky z hlediska symetrie ovlivňuje polohu příslušného projevu (např. lokální maximum/minimum) ve vlnkových koeficientech, které odpovídají význačným složkám detekovaným

rozkladem analyzovaného signálu vlnkovou transformací. Příkladem symetrické vlnky může být kosinová funkce, antisymetrické pak první derivace Gaussovy funkce.

Na základě výše uvedených požadavků byla navržena vlastní komplexní vlnka. Jejím základem je komplexní sinusoida  $e^{2\pi j f_c t}$ , jejíž reálnou složku tvoří kosinusová vlna a imaginární složku vlna sinusová. Protože je nutné, aby vlnka měla konečnou energii, byl hledán způsob jak tuto skutečnost zajistit. Řešením je aplikace vhodné okénkové funkce  $f_{ok}(f_b t)$ , která ohraničí komplexní sinusoidu tak, že výsledná vlnka má konečnou energii, resp. limita této energie se blíží konstantě. Funkční předpis takovéto vlnky je pak obecně dán vztahem

$$\psi(t) = kor \times f_{ok}(f_b t) e^{2\pi j f_c t}, \qquad (5)$$

Kde  $f_b$  je parametr šířky pásma vlnky,  $f_c$  je charakteristický kmitočet vlnky pro měřítko a = 1, a *kor* představuje korekční konstantu, která zajišťuje nulovou střední hodnotu vlnky (jako jednu z podmínek (4)). Její hodnota je závislá na volbě okénkové funkce  $f_{ok}(f_bt)$ . Je zřejmé, že tvar této funkce bude ovlivňovat rozlišovací schopnost transformace signálu jak v časové, tak i v kmitočtové oblasti. Vhodnou volbou může být jakákoliv ohraničená symetrická nebo antisymetrická funkce vzhledem ke středu vlnky, optimální z hlediska aplikace pro signály číslicových modulací se pak jeví kosinová funkce

$$f_{ok}(f_b t) = \cos(f_b t), \tag{6}$$

i přesto, že její tvar není optimální z hlediska maximalizace současně dosažitelného rozlišení v časové a kmitočtové oblasti, které je definováno tzv. Heisenbergovým principem neurčitosti. Rovnoměrnou rozlišovací schopnost nezávislou na umístění vlnky podél časové a měřítkové osy je možné dosáhnout použitím Gaussovy okénkové funkce použité v Morletově vlnce [1]. Z teorie analýzy signálů rovněž plyne, že aplikace okénkové funkce zlepšuje schopnost lokalizace vlnky v časové oblasti.

Z rovnice (2) vyplývá, že celková energie této vlnky je konečná a rovna

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt = \int_{-\frac{\pi}{2f_b}}^{\frac{\pi}{2f_b}} \left[ \cos(f_b t) e^{2\pi i f_c t} \right]^2 dt = \frac{\pi}{2f_b}.$$
 (7)

Posledním krokem k definici komplexní kosinové vlnky je stanovení korekční konstanty *kor* pro normalizaci vlnky tak, aby měla podle podmínky (2) jednotkovou energii. Z rovnice (7) vyplývá, že normování se dosáhne vydělením vztahu (5) odmocninou z celkové energie vlnky, tj. výrazem

 $\left(\frac{\pi}{2f_b}\right)^{l/2}$ , což je

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{2f_b}{\pi}} \cos(f_b t) e^{2\pi i f_c t}, \qquad (8)$$

Takto navržená a vztahem (8) definovaná mateční vlnka (pro  $f_b = 1$ , měřítko a = 1) je zobrazena na Obr. 1(b), její efektivní nosič je  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ , obecně pak  $\left[-\frac{\pi}{2}f_b, \frac{\pi}{2}f_b\right]$ .

Odvozené měřítkové vlnky jsou pak definovány substitucí výrazu (t-b)/a za proměnnou t v definičním vztahu vlnky (8)

$$\Psi_a \equiv \Psi_{a,b} \left( \frac{t-b}{a} \right) = \sqrt{\frac{2f_b}{\pi}} \cos\left( f_b \frac{t-b}{a} \right) e^{2\pi g f_o[(t-b)/a]}, \tag{9}$$

na Obr. 1(a) je pak zobrazena komplexní kosinová vlnka pro  $f_b = 1, f_c = 8/\pi$  a různé hodnoty měřítka *a*.



Obr. 1. (a) nahoře: mateční komplexní kosinové vlnky pro  $f_c = 8/\pi$ , pro  $f_b = 1$  zobrazena Re{ $\psi(t)$ }; dole: soubor odvozených měřítkových funkcí s efektivním nosičem  $[-\pi/2, \pi/2]$ ,  $f_b = 1$ ; (b) absolutní hodnoty matečních komplexních vlnek různých typů pro  $f_c = 8/\pi$  a  $f_b = 1$  (a = 1, b = 0).

Fourierova transformace komplexní kosinové vlnky je dána dle definičního vztahu (3)

$$\widehat{\psi}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{2f_b}{\pi}} \cos(f_b t) e^{2\pi i f_c t} e^{-j2\pi i f} dt = \sqrt{\frac{2f_b}{\pi}} \int_{-\frac{\pi}{2f_b}}^{\frac{\pi}{2f_b}} \cos(f_b t) e^{2\pi i f_c t} e^{-j2\pi i f} dt =$$
(10)

$$= -2 \frac{f_b \left( \sin\left(\frac{\pi^2 f}{f_b}\right) \sin\left(\frac{\pi^2 f_c}{f_b}\right) + \cos\left(\frac{\pi^2 f}{f_b}\right) \cos\left(\frac{\pi^2 f_c}{f_b}\right) \right)}{(-2\pi f - f_b + 2\pi f_c)(-2\pi f + f_b + 2\pi f_c)}.$$
(11)

Po dosazení za  $f_b = 1$  je Fourierova transformace pro takto definovanou mateční vlnku dána vztahem

$$\widehat{\psi}(f) = -2 \frac{\sin(\pi^2 f) \sin(\pi^2 f_c) + \cos(\pi^2 f) \cos(\pi^2 f_c)}{(-2\pi f - 1 + 2\pi f_c)(-2\pi f + 1 + 2\pi f_c)},$$
(12)

a pro  $f_c = 8/\pi$ 

$$\widehat{\psi}(f) = -2 \frac{\cos(\pi^2 f)}{(-2\pi f + 15)(-2\pi f + 17)} = -2 \frac{\cos(\pi^2 f)}{(2\pi f - 15)(2\pi f - 17)},$$
(13)

kde obálka spektra připomíná tvar sinc funkce umístěné na kmitočtové ose kolem  $f_o$ , viz Obr. 2(a). Tento střední kmitočet je totožný s charakteristickým kmitočtem vlnky, což je kmitočet komplexní sinusoidy  $f_c$  určující rovněž počet jejích period oscilujících uvnitř kosinové obálky – tedy alespoň těch period, jejichž amplituda se neblíží nule na okrajích samotné vlnky.

Energetické spektrum vlnky je dáno kvadrátem amplitudy spektrální funkce vlnky

$$\left|\widehat{\psi}(f)\right|^{2} = \left|-2\frac{\cos(\pi^{2}f)}{(2\pi f - 15)(2\pi f - 17)}\right|^{2} = 4\frac{\cos^{2}(\pi^{2}f)}{(2\pi f - 15)^{2}(2\pi f - 17)^{2}},$$
(14)

a je zobrazeno na Obr. 2(b). Integrál z této funkce je roven jedné.



Obr. 2. Fourierova transformace (a) a energetické spektrum (b) komplexní kosinové a kosinus<sup>2</sup> vlnky.

Energii funkce je také možno vyjádřit plošným integrálem energetického spektra vlnky podle vztahu

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \widehat{\psi}(f) \right|^2 df = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 4 \frac{\cos^2(\pi^2 f)}{(2\pi f - 15)^2 (2\pi f - 17)^2} df = \frac{\pi}{2}.$$
 (15)

Rovnost výsledků po dosazení do obou vztahů (7) a (15) vychází z platnosti Parsevalova teorému

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \psi(t) \right|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \widehat{\psi}(f) \right|^2 df .$$
(16)

Konstanta přípustnosti  $C_g$  je potom po dosazení vypočítána dle vztahu (4) jako

$$C_{g} = \int_{0}^{\infty} 4 \frac{\cos^{2}(\pi^{2} f)}{f(2\pi f - 15)^{2}(2\pi f - 17)^{2}} df \approx 0,3947 < +\infty.$$
(17)

# 5 Implementace komplexní kosinové vlnky v MATLABu

K přidání vlastní vlnky do knihovny *Wavelet Toolbox*<sup>2</sup> slouží příkaz wavemngr('add', FN, FSN, WT, {NUMS, TYPNUMS}, FILE, B). Numerický výpočet vlnkových koeficientů podle definičního vztahu spojité (1-rozměrné) vlnkové transformace probíhá zavoláním funkce cwt a vykonáním řádku 86 v jejím m-souboru cwt.m:

Definiční vztah (1) je převeden na konvoluci vstupního signálu (proměnná signal) s časově reverzovaným integrálem mateční vlnky  $\psi$  (proměnná f, reverzaci provádí funkce fliplr na předchozím řádku 85), jak je patrné z řádku 86 výše. Numerický výpočet určitého integrálu mateční vlnky  $\psi$  (proměnná psi) v souboru cwt.m probíhá voláním funkce intwave na řádku 73 :

[psi\_integ,xval] = intwave(wname,precis);

která má 2 parametry: řetězec obsahující název vlnky wname a precis jako mocnitel dvojkového základu vyjadřující hustotu dělení intervalu integrace mateční vlnky (2^precis). Z řádku 58 v souboru intwave.m :

vyplývá, že pro numerický výpočet hodnoty integrálu je použita lichoběžníková metoda, která vychází z toho, že se interval integrování rozdělí na daný počet stejně velkých podintervalů (proměnná step) a plocha pod integrovanou funkcí je v daném podintervalu nahrazena plochou lichoběžníku. Tento

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Byl používán Wavelet Toolbox, Version 2.0 (R12), 16-Jun-2000.

lichoběžník je určen délkou podintervalu, funkčními hodnotami mateční vlnky na hranicích tohoto podintervalu (tj. sousedících bodech její diskretizace) a spojnicí těchto funkčních hodnot. Je zřejmé, že míra přiblížení takto vypočítané hodnoty integrálu k jeho skutečné hodnotě závisí na počtu podintervalů (proměnná precis) a způsobu integrace. Tuto aproximační chybu je možné eliminovat v případě, že je znám analytický tvar integrálu mateční vlnky v daném intervalu integrace. Proto byl pro komplexní kosinovou vlnku vypočítán její integrál

$$I = \int_{-\infty}^{k} \sqrt{\frac{2f_{b}}{\pi}} \cos(f_{b}t) e^{j2\pi f_{c}t} dt = \sqrt{\frac{f_{b}}{2\pi}} \int_{-\infty}^{k} \cos(f_{b}t) (\cos(2\pi f_{c}t) + j\sin(2\pi f_{c}t)) dt$$
  
$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2f_{b}}{\pi}} \left[ \frac{\sin(k(2\pi f_{c} + f_{b}))}{2\pi f_{c} + f_{b}} + \frac{\sin(k(2\pi f_{c} - f_{b}))}{2\pi f_{c} - f_{b}} - j \left( \frac{\cos(k(2\pi f_{c} + f_{b}))}{2\pi f_{c} + f_{b}} + \frac{\cos(k(2\pi f_{c} - f_{b}))}{2\pi f_{c} - f_{b}} \right) \right]$$
  
$$I = \sqrt{\frac{f_{b}}{2\pi}} \left[ \frac{\sin(kr)}{r} + \frac{\sin(ks)}{s} - j \left( \frac{\cos(kr)}{r} + \frac{\cos(ks)}{s} \right) \right], \text{ kde } r = 2\pi f_{c} + f_{b}, s = 2\pi f_{c} - f_{b}, \qquad (18)$$

a funkce intwave byla pro komplexní kosinovou vlnku modifikována výpočtem funkce (18).

## 6 Aplikace komplexních vlnek

Aplikace komplexních vlnek je uvedena na příkladu identifikace signálů číslicových modulací získaných ze signálního generátoru Rohde & Schwarz SMJ100A. Vzorkovacím osciloskopem LeCroy 6051 byly navzorkovány signály dvojstavových modulací PSK, CPFSK a MSK na nosném kmitočtu  $f_n = 10$  MHz se symbolovým kmitočtem  $f_{sym} = 100$  kSym/s, datový modulační signál byl generován vnitřním generátorem pseudonáhodné posloupnosti (PNP) s opakovací periodou  $2^9 - 1$  vzorků, kmitočtový zdvih CPBFSK je  $\Delta f = 75$  kHz. Signál byl poté filtrován číslicovým Butterworthovým filtrem 4. řádu o šířce pásma trojnásobku bitové rychlosti,  $B = 3R_b = 3f_{sym}$ , jako simulace pásmového charakteru analyzovaného signálu po filtraci vstupním filtrem přijímače nebo jeho mezifrekvenčním filtrem.

Na Obr.3 jsou zobrazeny průběhy modulu vlnkových koeficientů po rozkladu signálu na úrovni měřítka odpovídající nosnému kmitočtu navzorkovaných signálů, tj.  $a = f_o/f_n$ , kde  $f_o$  je charakteristický kmitočet mateční vlnky pro a = 1, pro 4 typy komplexních vlnek s tvarem vlnky odpovídající funkcím: kosinus, kosinus umocněný na druhou (kosinus<sup>2</sup>), Tukey okénkové funkci a Blackman-Harris okénkové funkci. Z tohoto obrázku je patrné, že největší dynamiky v průběhu modulu vlnkových koeficientů je dosaženo při použití vlnky Tukey, která má největší šířku v časové oblasti, viz. Obr. 1(b). Dynamika vyjádřená rozptylem modulu vlnkových koeficientů je velmi vhodným příznakem pro rozlišení mezi signály s fázovým (PSK) a kmitočtovým (FSK, MSK) klíčováním a její maximálně dosažitelná hodnota přispívá ke spolehlivější identifikaci signálů zarušených aditivním šumem.





Obr. 3. Příklad rozkladu signálu diskretizovanou spojitou vlnkovou transformací komplexní vlnkou: signály modulací BPSK, CPBFSK a MSK získaných ze signálního generátoru,  $f_n = 1$  MHz,  $f_{sym} = 100$  kSym/s, 10 symbolů, N = 1024, pásmově filtrovaný (Butterworthův filtr 4. řádu), SNR  $\rightarrow \infty$ . (a) komplexní kosinová vlnka, (b) komplexní na druhou umocněná kosinová vlnka, (c) komplexní Tukey vlnka, (d) komplexní Blackman-Harris vlnka (minimální 4. řádu, P = 4).

Pro posouzení časově-kmitočtové rozlišovací schopnosti jsou na Obr. 4 zobrazeny škálogramy, tj. časově-měřítková/kmitočtová amplitudová spektra vlnkových koeficientů, vypočítané pro signály BPSK a CPBFSK. Z nich je zřejmé, že časový průběh kmitočtových složek se pro kmitočtově modulovaný signál (CPBFSK) liší podle typu použité vlnky a jejích parametrů  $\sigma_t$  a  $\sigma_f$  určujících Heisenbergův obdélník. Vlnka s menší šířkou v časové oblasti ostřeji lokalizuje přechody mezi význačnými kmitočtovými složkami (signalizačními kmitočty) CPBFSK signálu, jak vyplývá z relativní šířky odpovídajících přechodových okamžiků, viz Obr. 4(b.2), avšak za cenu menší dynamiky modulu vlnkových koeficientů. Naopak, větší dynamiky modulu vlnkových koeficientů je docíleno použitím Tukey vlnky, ale s méně přesnou lokalizací časových okamžiků fázových změn, jak je patrné pro BPSK signál na Obr. 3(c) a Obr. 4(c.1). Kvantitativní posouzení vlastností jednotlivých vlnek z hlediska jejich časově-měřítkové/kmitočtové rozlišovací schopnosti by bylo možné provést detekcí maximálních hodnot modulu vlnkových koeficientů podél časové osy a vyhodnocením takto získaných hřebenových křivek.





Obr. 4. Příklad rozkladu signálu diskretizovanou spojitou vlnkovou transformací komplexní vlnkou: signály modulací BPSK, CPBFSK získaných ze signálního generátoru,  $f_n = 1$  MHz,  $f_{sym} = 100$  kSym/s, 20 symbolů, N = 2048, pásmově filtrovaný (Butterworthův filtr 4. řádu), SNR  $\rightarrow \infty$ . (a.x) komplexní kosinová vlnka, (b.x) komplexní na druhou umocněná kosinová vlnka, (c.x) komplexní Tukey vlnka; (x.1) BPSK signál, (x.2) CPBFSK signál.

## 7 Závěr

Článek se zabývá návrhem rodiny komplexních vlnek s optimálními vlastnostmi pro analýzu číslicových modulovaných signálů diskretizovanou spojitou vlnkovou transformací, definováním jejich parametrů a následnou implementací do prostředí MATLAB. Aplikační možnost je prezentována na příkladu identifikace dvojstavových modulací BPSK, CPBFSK a MSK rozkladem kosinovou komplexní vlnkou a rozšiřuje již publikovaný článek [4], ve kterém byl výběr vhodné analyzační vlnky omezen na již definované a v knihovně Wavelet Toolbox zavedené vlnky.

Na příkladu použití různých typů okénkových funkcí, definujících tvar analyzační komplexní vlnky bylo ukázáno, že jejich vhodnou volbou lze ovlivnit rozlišovací schopnost v časově-frekvenční rovině a zvolit vlnku optimální či kompromisní vzhledem k charakteru signálu číslicové modulace.

Přesnější lokalizaci kmitočtových složek signálu lze obecně dosáhnout použitím vlnky s menší šířkou v časové oblasti (kosinus<sup>2</sup>, Blackman-Harris), naproti tomu větší dynamiku vlnkových koeficientů pro časové okamžiky přechodových jevů (změn fáze signálu) lze dosáhnout použitím vlnek s větší šířkou (např. Tukey). Kompromisním řešením z hlediska identifikace signálů číslicových modulací s fázovým a kmitočtovým klíčováním se jeví komplexní kosinová vlnka, případně vlnka s kosinovou obálkou umocněnou na druhou (kosinus<sup>2</sup>).

Výpočetní náročnost provedení rozkladu signálu diskretizovanou vlnkovou transformací je výrazně snížena skutečností, že příznaky k identifikaci jsou získány z rozkladu pouze na jediné úrovni měřítka odpovídající nosnému kmitočtu analyzovaného signálu. Hodnotu tohoto měřítka a tedy nosný kmitočet signálu je možné odhadnout analýzou hřebenové křivky z měřítkově normovaného škálogramu.

Rozpracování zde uvedených a naznačených postupů spolu s rozšířením na další druhy číslicových modulací (včetně vícestavových variant) a využití vlnkové transformace pro zlepšení poměru signál-šum a odhad parametrů analyzovaných signálů číslicových modulací je předmětem další práce autora v rámci disertační práce.

## Literatura

- [1] ADDISON, P. S.: *The Illustrated Wavelet Transform Handbook*, IOP Publishing Ltd, Bristol, 2002, ISBN 0-7503-0692-0.
- [2] MISITI, M., MISITI, Y., OPPENHEIM, G., POGGI, J.-M.: *Wavelet Toolbox User's Guide* (*Version 2.2*), The MathWorks, Inc., Natick, 2002.
- [3] PAVLÍK, R., LÚČ, A.: Rozpoznávání radiových signálů, ODAM 2004: Olomoucké dny aplikované matematiky 2004 – Matematická statistika, Katedra MAaAM, PřF UP Olomouc, 28. a 29. června 2004.
- [4] PAVLÍK, R.: Binary PSK/CPFSK And MSK Bandpass Modulation Identifier Based On The Complex Shannon Wavelet Transform, Journal of Electrical Engineering, FEI STU, Bratislava, Vol 56, 03-04 (2005), pp. 71-77, ISSN 1335-3632.
- [5] PROAKIS, J. G.: *Digital Communications, Third Edition*, McGraw-Hill, Inc., New York, 1995, ISBN 0-07-051726-6.
- [6] XIONG, F.: *Digital Modulation Techniques*, Artech House, Inc., Norwood, 2000, ISBN 0-89006-970-0.
- [7] ŽALUD, V.: *Moderní radioelektronika*, BEN technická literatura, Praha, 2000, ISBN 80-86065-47-3.

Kontaktní adresa: Ing. Radomír Pavlík VOP-026 Šternberk, s.p., divize VTÚO Brno, Veslařská 230, Brno, ČR Tel: (+420) 543 562 229, E-mail: <u>pavlik@vtuo.cz</u>