

PREDIKTIVNÍ ŘÍZENÍ NELINEÁRNÍHO SYSTÉMU

P. Chalupa

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Ústav řízení procesů
Nad Stráněmi 4511, 760 05 Zlín

Abstrakt

Příspěvek zkoumá možnosti použití prediktivního řízení (Model Predictive Control – MPC) pro řízení nelineárních systémů. Je představen a zkoumán samočinně se nastavující prediktivní regulátor, který vznikl spojením průběžné identifikace lineárního modelu regulované soustavy a prediktivního řízení na základě tohoto modelu. Simulační testy regulátoru byly provedeny pomocí systému MATLAB / Simulink a také bylo provedeno ověření na reálném laboratorním modelu s využitím Real Time Toolboxu.

1 Úvod

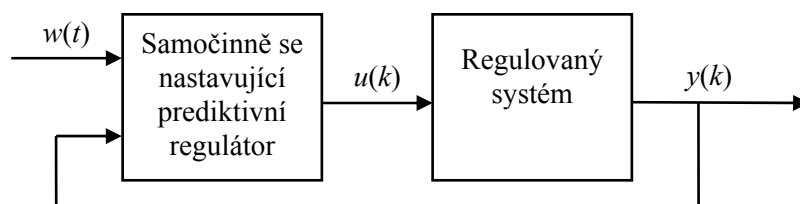
Většina současných regulačních algoritmů je založena na znalosti modelu regulované soustavy. Pro získání modelu jsou v zásadě používány dva způsoby: matematicko-fyzikální analýza a model černé skříňky. Použitím matematicko-fyzikální analýzy a následného odvození vztahů mezi vstupy a výstupy systému je získán obecný model, který je platný pro celý rozsah vstupů a stavů systému. U složitějších systémů však bývá problematické získání poměrně velkého množství konstant a parametrů, které jsou při matematicko-fyzikální analýze potřebné. Proto je tento přístup využíván především pro jednodušší systémy popřípadě pro získání základních informací o regulovaném systému (rozsah vstupů, řád použitelných period vzorkování apod.)

Model černé skříňky spočívá v nalezení parametrů modelu regulovaného systému na základě vstupních a výstupních signálů. Typ a řád modelu jsou většinou voleny předem. Při použití tohoto přístupu je možné použít tutéž identifikační metodu pro rozličné systémy a také není nutná znalost fyzikálního principu fungování systému. Hlavní nevýhoda pak spočívá v tom, že získaný model je platný pouze pro ty typy signálů, na základě kterých byl vypočítán.

Pro samočinně se nastavující prediktivní regulátor byl použit přístup černé skříňky s tím, že model regulované soustavy je lineární. Pro výpočet parametrů lineárních modelů se v naprosté většině případů používá metoda nejmenších čtverců nebo její modifikace [1]. Tento přístup je možné použít jak pro jednorázovou, tak pro průběžnou identifikaci. Navržený regulátor je samočinně se nastavující – jeho chování se adaptuje na regulovanou soustavu, a tedy je použita průběžná identifikace modelu soustavy.

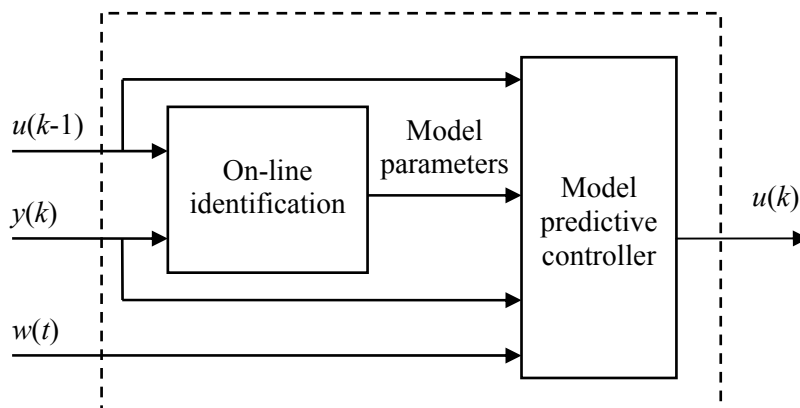
Výhodou prediktivního řízení oproti jiným přístupům je, že při výpočtu akčního zásahu (výstupu regulátoru) je uvažován i budoucí průběh žádané hodnoty [2]. Znalost budoucího průběhu žádané hodnoty je běžná ve většině praktických aplikací.

Samočinně se nastavující regulátor tedy v sobě zapouzdřuje své dvě základní části: blok průběžné identifikace parametrů modelu regulované soustavy a blok prediktivního řízení. Schéma typického regulačního obvodu je zakresleno na obrázku 1. Do regulátoru vstupuje průběh žádané hodnoty $w(t)$, nikoliv jen její aktuální hodnota $w(k)$.



Obrázek 1: Schéma regulačního obvodu se samočinně se nastavujícím prediktivním regulátorem

Schéma samočinně se nastavujícího prediktivního regulátoru je zaneseno na obrázku 2. Kromě žádané hodnoty $w(t)$ a aktuální hodnoty regulované veličiny $y(k)$ vstupuje do regulátoru také minulá hodnota akčního zásahu $u(k-1)$, protože tato nemusí být shodná s výstupem regulátoru v předchozím kroku. Rozdíl může být způsoben např. omezením akčního zásahu nebo vlivem měřitelné externí poruchy.



Obrázek 2: Schéma samočinně se nastavujícího prediktivního regulátoru.

2 Metody průběžné identifikace

Pro popis dynamického chování systémů existují různé modely. Přehled lineárních diskretních modelů je uveden v [3]. Častým zjednodušením obecného vstupně-výstupního lineárního modelu je ARX model:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}u(t) + n(t) \quad (1)$$

Pak přenosová funkce modelu identifikovaného systému má obecně tvar:

$$G(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} z^{-d} \quad (2)$$

Výstup systému je pak možné zapsat v následující vektorové formě.

$$y(k) = \boldsymbol{\theta}^T(k) \cdot \boldsymbol{\Phi}(k-1) + n(k) \quad (3)$$

kde $n(k)$ představuje vliv neměřitelných šumů, $\boldsymbol{\theta}(k)$ je vektor parametrů modelu systému a $\boldsymbol{\Phi}(k-1)$ je vektor dat.

Identifikace pak spočívá v nalezení vektoru $\boldsymbol{\theta}(k)$ minimalizací určitého kritéria. Skutečné parametry modelu systému jsou neznámé – výpočtem jsou určeny odhady parametrů modelu.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = [\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_m]^T \quad (4)$$

Cílem identifikace se přiblížit odhady parametrů modelu regulovaného systému $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$ co nejlíže jejich skutečným hodnotám $\boldsymbol{\theta}(k)$.

2.1 Rekurzivní metoda nejmenších čtverců

Rekurzivní metoda nejmenších čtverců je založena na minimalizaci součtu čtverců rozdílů mezi skutečným výstupem systému a odhadem výstupu systému podle modelu. Pro k -tý identifikační krok má kritérium následující tvar.

$$J = \frac{1}{2} [\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)]^T [\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)] \quad (5)$$

kde $\mathbf{y}(k)$ je vektor výstupů systému a $\hat{\mathbf{y}}(k)$ je vektor odhadů výstupu systému. Výsledná rovnice pro změnu odhadů parametrů modelu systému v každém kroku má tvar

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \frac{\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\Phi}(k-1)}{1 + \boldsymbol{\Phi}^T(k-1)\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\Phi}(k-1)} [\mathbf{y}(k) - \boldsymbol{\Phi}^T(k-1)\hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1)] \quad (6)$$

Kovarianční matice \mathbf{C} je obvykle inicializována jako diagonální matice s hodnotami 10^3 na hlavní diagonále [4]. Hlavní diagonála této matice obsahuje rozptyly identifikovaných parametrů. V případě, že počáteční odhady parametrů jsou blízko skutečným hodnotám, je možné volit počáteční hodnotu matice \mathbf{C} nižší.

2.2 Rekurzivní metoda nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním

Při použití metody nejmenších čtverců je vliv všech párů vstup – výstup na výsledné odhady parametrů stejný. Tato vlastnost je nevýhodná, pokud má identifikovaný systém časově proměnné parametry nebo pokud je nelineární. V těchto případech je výhodnější použít může být rekurzivní metodu nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním, kde novější data mají na odhady parametrů větší vliv než data starší. Minimalizované kritérium má následující tvar:

$$J = \frac{1}{2} [\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)]^T \mathbf{W} [\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)] \quad (7)$$

kde \mathbf{W} je diagonální váhová matice:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varphi & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \varphi^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varphi^{r-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

a φ je koeficient zapomínání, který je volen z rozsahu $0 < \varphi \leq 1$. Rekurzivní metoda nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním může být převedena na čistou rekurzivní metodu nejmenších čtverců volbou $\varphi=1$. Nižší hodnoty φ vedou k rychlejšímu zapomínání starších dat a tím rychlejší reakci algoritmu na změny v identifikované soustavě. Volba koeficientu φ je individuální a závisí na vztahu periody vzorkování a dynamiky identifikovaného systému. Většinou je však vhodné volit koeficient v rozsahu $\langle 0.90, 0.99 \rangle$ [5].

2.3 Rekurzivní metoda nejmenších čtverců s adaptivním směrovým zapomínáním

Metoda exponenciálního zapomínání může být dále vylepšena adaptivním směrovým zapomínáním [6]. Při použití této metody je koeficient zapomínání měněn v závislosti na průběhu vstupního a výstupního signálu identifikované soustavy. Odhady parametrů jsou počítány podle následujícího vztahu:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \frac{\mathbf{C}(k-1)\boldsymbol{\Phi}(k-1)}{1 + \xi} [\mathbf{y}(k) - \boldsymbol{\Phi}^T(k-1)\hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1)] \quad (9)$$

kde skalár ξ je definován jako

$$\xi = \Phi^T(k-1)C(k-1)\Phi(k-1) \quad (10)$$

Koeficient zapomínání je nastavován s ohledem na průběhy vstupního a výstupního signálu identifikované soustavy podle následujícího vzorce.

$$\varphi(k) = \frac{1}{1 + (1 + \rho) \left\{ \ln(1 + \xi) + \left[\eta \frac{\nu(k) + 1}{1 + \xi + \eta} - 1 \right] \frac{\xi}{1 + \xi} \right\}} \quad (11)$$

a skaláry $\nu(k)$, $\lambda(k)$ a η jsou definovány jako:

$$\begin{aligned} \nu(k) &= \varphi(k-1)[\nu(k-1) + 1]; \\ \eta &= \frac{[y(k) - \hat{\Theta}^T(k-1)\Phi(k-1)]^2}{\lambda(k)} \\ \lambda(k) &= \varphi(k-1) \left\{ \lambda(k-1) + \frac{[y(k) - \hat{\Theta}^T(k-1)\Phi(k-1)]^2}{1 + \xi} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

Doporučené počáteční hodnoty parametrů jsou [1]: $\varphi(0)=1$, $\lambda(0)=0.001$, $\nu(0)=10^{-6}$. Počáteční hodnotu kovarianční matice C je vhodné volit jako diagonální matici s prvky 10^3 na hlavní diagonále. Parametr ρ udává očekávanou hodnotu koeficientu zapomínání φ^* :

$$\rho = \frac{1 - \varphi^*}{2\varphi^*} \quad (13)$$

3 Prediktivní řízení

Obecně je výpočet akčního zásahu u prediktivního řízení založen na minimalizaci určitého kritéria [7]. Nejčastěji se používá kvadratické kritérium [8]. Pro jednorozměrné systémy je možné zapsat kritérium v obecné formě (14).

$$J(k) = e^T Q(k)e + \Delta u^T R(k)\Delta u \quad (14)$$

kde e je vektor predikovaných regulačních odchylek, Δu je vektor budoucích diferencí akčního zásahu a čtvercové matice Q a R umožňují nastavit váhy jednotlivých prvků vektorů nebo jejich kombinací. Budoucí výstupy regulovaného systému a následně odpovídající regulační odchylky jsou počítány na základě lineárního diskrétního modelu regulovaného systému. Řídicí sekvence je získána minimalizací kritéria (14). Pro akční zásahy je aplikována postup *receding horizon*: pouze první vypočtený akční zásah ze sekvence je použit a v dalším kroku je prováděn výpočet celé sekvence akčních zásahů znovu.

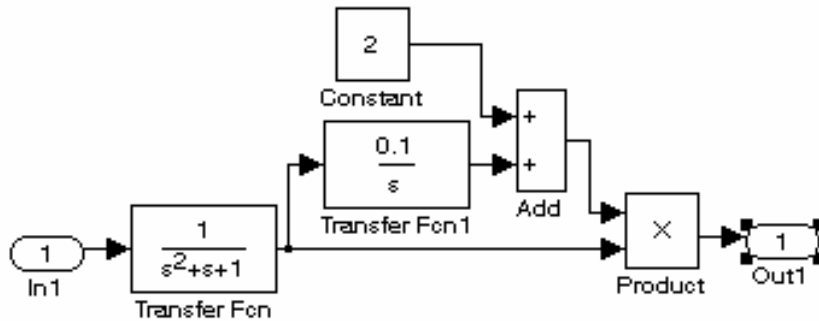
Navržený samočinně se nastavující regulátor zjednodušuje kritérium (14) použitím diagonální matice Q se stejnými prvky na hlavní diagonále. Tento přístup je použit i pro matici R a pro systémy bez dopravního zpoždění je možné kritérium zapsat ve formě

$$J(k) = \sum_{j=1}^N e(k+j)^2 + \lambda \cdot \sum_{j=1}^N \Delta u(k+j)^2 \quad (15)$$

kde λ udává poměr mezi váhou regulačních odchylek a diferencí akčních zásahů.

4 Simulační ověření regulátoru

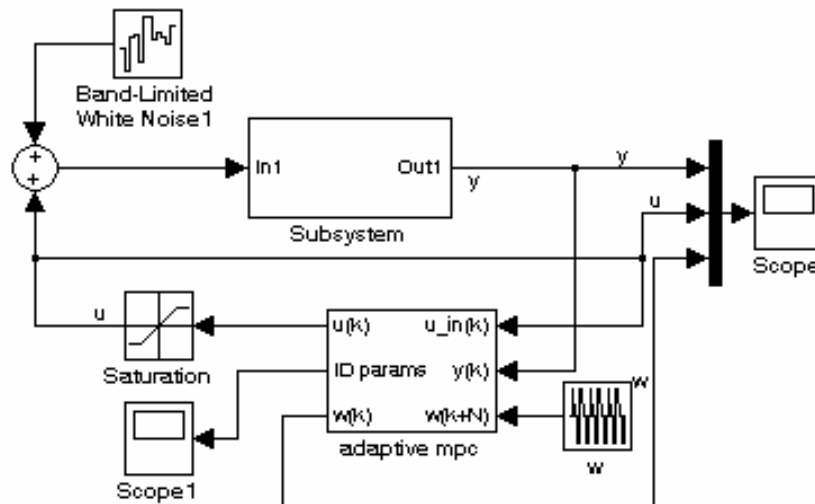
Samočinně se nastavující prediktivní regulátor byl simulačně otestován na případu regulace systému s parametry, které se v čase mění. Simulinkové schéma regulovaného systému je zobrazeno a obrázku 3.



Obrázek 3: Simulinkové schéma časově proměnného systému.

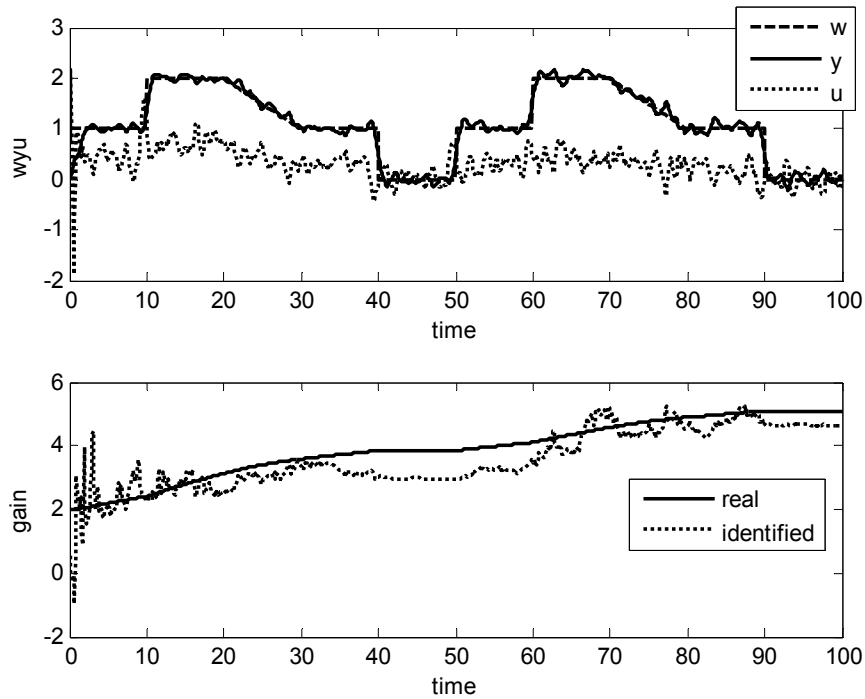
Tento systém mění své zesílení v závislosti na průběhu výstupního signálu. Toto chování je podobné jako např. u regulace teploty kapaliny v otevřené nádobě. Zvyšování teploty kapaliny vede k jejímu většímu vypařování a tím k zmenšování objemu kapaliny v nádrži, což má za důsledek zvětšování zesílení soustavy.

Pro regulaci byl akční zásah ovlivněn neměřitelným šumem, jak je zřejmé ze simulinkového schématu regulačního obvodu na obrázku 4.



Obrázek 4: Simulinkové schéma regulačního obvodu

Průběh regulačního pochodu a porovnání zesílení skutečné soustavy a jejího lineárního modelu je zaneseno v obrázku 5. Při regulaci byl použit horizont $N=30$, váhat $\lambda=1$ a adaptivní směrové zapominání s parametrem $\rho=0.1$.



Obrázek 5: Regulace časově proměnného systému

Kvalita regulačního pochodu byla pro různá nastavení parametrů regulátoru byla porovnána pomocí kritérií. Byla použita následující 4 kritéria

$$S_{e2} = \sum_{k=a}^b [w(k) - y(k)]^2 \quad (16)$$

$$S_{ea} = \sum_{k=a}^b |w(k) - y(k)| \quad (17)$$

$$S_{u2} = \sum_{k=a}^{b-1} [u(k+1) - u(k)]^2 \quad (18)$$

$$S_{ua} = \sum_{k=a}^{b-1} |u(k+1) - u(k)| \quad (19)$$

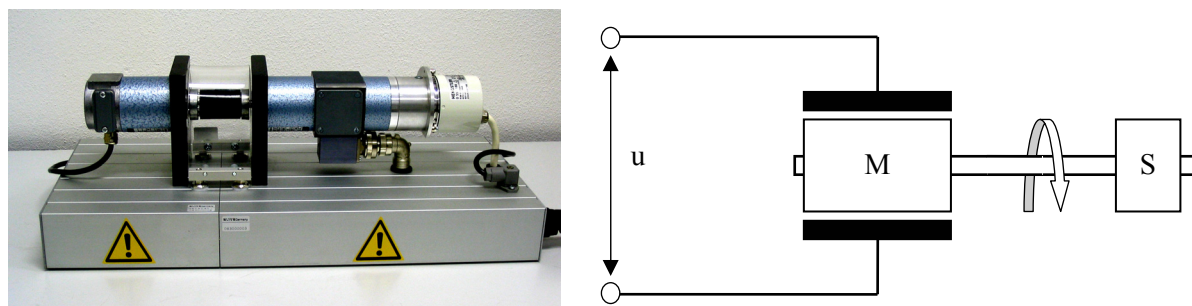
Hodnoty a a b byly nastaveny tak, aby byl pokryt celý regulační pochod. Hodnoty jednotlivých kritérií pro různé metody průběžné identifikace jsou zaneseny v tabulce 1. V označení regulátorů *adf* představuje adaptivní směrové zapomínání, *ef* odpovídá exponenciálnímu zapomínání a *lsm* reprezentuje čistou metodu nejmenších čtverců. Zelené podbarvení odpovídá nejlepší hodnotě kritéria, červené nejhorší.

TABULKA 1: HODNOTY KRITÉRIÍ PŘI SIMULAČNÍM OVĚŘOVÁNÍ REGULÁTORU

regulátor	S_{e2}	S_{ea}	S_{u2}	S_{ua}
<i>lsm</i>	19.4	88.7	15.3	62.1
<i>ef</i> $\rho=0.99$	20.5	89.1	15.6	58.7
<i>ef</i> $\rho=0.90$	19.8	88.2	19.7	73.1
<i>adf</i> $\rho=1$	18.5	78.2	20.8	86.8
<i>adf</i> $\rho=0.1$	17.5	79.1	14.9	58.9

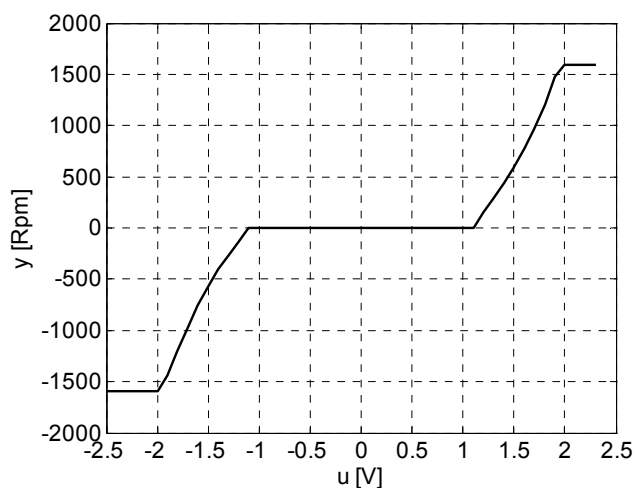
5 Regulace laboratorního nelineárního systému

Ověření samočinně se nastavujícího regulátoru pro regulaci reálného nelineárního systému bylo provedeno při regulaci modelu DR300 (Speed Control with Variable Load) firmy Amira. Model a jeho zjednodušené schéma jsou znázorněny na obrázku 6.



Obrázek 6: laboratorní model Amira DR300 (u – řídicí napětí motoru, M – stejnosměrný motor, S – senzor otáček hřídele motoru).

Otáčky hřídele motoru M jsou regulovány pomocí řídicího napětí motoru u a měřeny senzorem S . Z pohledu regulace se jedná o nelineární systém, jehož statická charakteristika (závislost otáček na řídicím napětí v ustáleném stavu) je znázorněna na obrázku 7.



Obrázek 7: Statická charakteristika modelu DR300

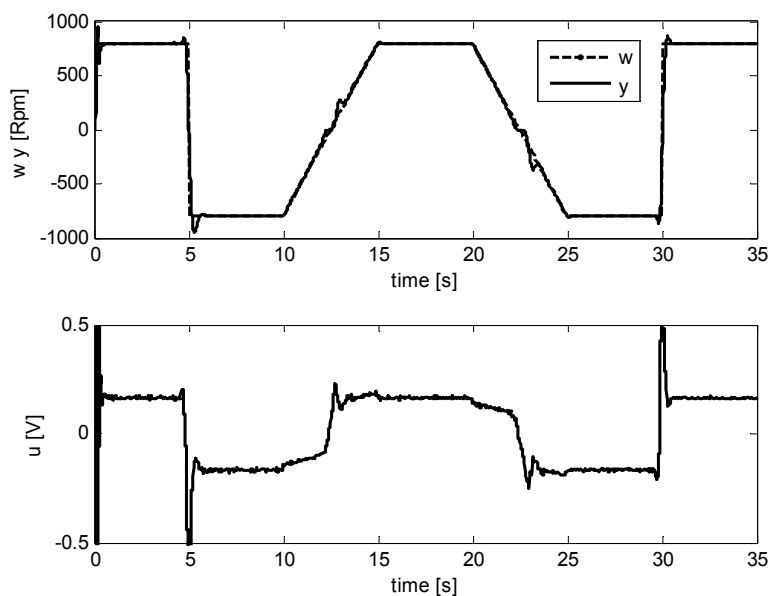
Je zjevné, že tření hraje při regulaci významnou úlohu – Měnění řídicího napětí v rozsahu $-1V$ až $+1V$ neovlivňuje výstup systému. Řídicí napětí větší než $+2V$ nebo naopak menší než $-2V$ nede k saturaci. Navíc zesílení systému také není konstantní, směrnice statické charakteristiky ve zbývajících úsecích se mění v rozsahu 1300 Rpm/V to 2700 Rpm/V [5].

Při regulaci byl nejprve zjišťován vliv parametru λ na kvalitu regulačního pochodu. Nastavení regulátoru bylo následující $N=30$, adaptivní směrové zapomínání s $\rho=1$. Hodnoty kritérií pro různá λ jsou zanesena v tabulce 2.

TABULKA 2: VLIV λ NA KVALITU REGULAČNÍHO POCHODU

λ	S_{e2}	S_{ea}	S_{u2}	S_{ua}
0	49.4	86.5	63.8	87.2
0.1	5.9	30.0	16.4	32.1
0.5	8.0	40.7	9.7	13.5
1	15.1	68.1	6.3	12.9
3	28.1	111.4	6.1	8.7

Průběh hodnot kritérií odpovídá očekávání, pouze nepenalizované změny akčního zásahu vedly k nejhoršímu regulačnímu pochodu, což bylo pravděpodobně způsobeno vlivem šumu. Průběh žádané veličiny, regulované veličiny a akčního zásahu je pro $\lambda=0.5$ zanesen na obrázku 8.



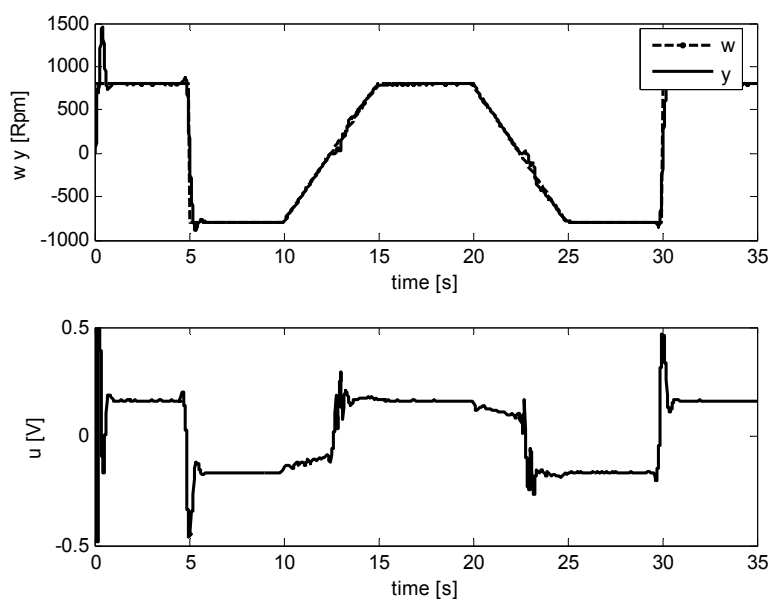
Obrázek 8: Regulace modelu DR300 pro $N=30$, $\lambda=0.5$, $\rho=1$

Dále bylo provedeno porovnání pro různé delky predikčního horizontu. Nastavení regulátoru bylo následující: $\lambda=1$, exponenciální zapomínání s $\varphi=0.9$.

TABULKA 3: VLIV N NA KVALITU REGULAČNÍHO POCHODU

N	S_{e2}	S_{ea}	S_{u2}	S_{ua}
10	12.0	54.2	5.5	10.7
30	10.7	48.8	9.2	11.9
50	13.1	59.2	4.9	10.7

Průběh žádané veličiny, regulované veličiny a akčního zásahu pro $N=10$ je znázorněn na obrázku 9.



Obrázek 9: Regulace modelu DR300 pro $N=10$, $\lambda=0.5$, $\varphi=0.9$

6 Závěr

Byl navržen a otestován samočinně se nastavující prediktivní regulátor. Simulační ověření i regulace reálného systému prokázaly jeho použitelnost pro řízení nelineárních a časově proměnných systémů.

Poděkování

Tato práce vznikla za podpory grantu Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy 1M0567 a grantu Grantové agentury České republiky číslo 102/06/P286.

Literatura

- [1] V. Bobál, J. Böhm, J. Fessl & J. Macháček, *Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications* (London: Springer-Verlag, 2005).
- [2] E. F. Camacho & C. Bordons, *Model Predictive Control* (London: Springer-Verlag, 2004).
- [3] L. Ljung, *System Identification Toolbox for Use with MATLAB* (The MathWorks, Inc., 2001).
- [4] Ch. C. Hang, H. T. Lee & W. K. Ho, *Adaptive Control* (Instrument Society of America, 1993)
- [5] P. Chalupa, Tuning of On-line Identification Methods, *7th International Scientific - Technical Conference - Process Control 2006*, Kouty nad Desnou, Czech Republic, 2006, Paper no. 130.
- [6] R. Kulhavý, Restricted exponential forgetting in real time identification. *Automatica*, 23, 1987, 586-600.
- [7] W. H. Kwon & S. Han, *Receding Horizon Control* (London: Springer-Verlag, 2005).
- [8] H. Sunan, T. K. Kiong & L. T. Heng, *Applied Predictive Control* (London: Springer-Verlag, 2002).

Petr Chalupa
Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Fakulta aplikované informatiky
Centrum aplikované kybernetiky
Tel: +420 57603 5204
Email: chalupa@fai.utb.cz