

# ZISŤOVANIE ANAEROBNÉHO PRAHU POMOCOU METÓDY IMPLEMENTOVANEJ DO MATLABU

*Eva Jamrichová*

FMFI UK, Bratislava

## Abstrakt

Pri výstavbe tréningového procesu je veľmi dôležitým ukazovateľom práve anaeróbny prah. Určuje sa z nameraných hodnôt (rýchlosť, pulzová frekvencia a laktát) pri zaťažení organizmu. V tejto práci ide o dlhšie trvajúcu spoluprácu s NŠC (národné športové centrum) [1], ktoré dodáva veľké množstvo dát a tie je potrebné rozumnou formou spracovať.

Vstupné aj výstupné hodnoty sú načítané z Excelu a spracované pomocou kódu v matlabe. Jednotlivé numerické postupy pre získanie výslednej hodnoty anaeróbného prahu sú uvedené v práci.

## 1 Anaeróbny prah (ANP)

Pri nenáročnej fyzickej záťaži je prívod kyslíku dostatočný pre zabezpečenie činnosti tak, aby hlavnou cestou produkcie energie pre pracujúce svaly bol *aeróbny metabolizmus* („s kyslíkom“). Dych je vtedy ľahký, pracujúce svaly sa cítia dobre. Akonáhle sa intezita záťaže zvýši natoľko, že dostupné množstvo kyslíka už ďalej nestačí k uspokojeniu energetických potrieb tela a musí byť zapojená druhá cesta, nazvaná *anaeróbná glykolýza* („bez kyslíku“). Konečným produktom anaeróbnnej glykolýzy je kyselina mliečna (*laktát*).

Pokiaľ sa intezita činnosti ďalej zvýši, rýchlo sa zvyšuje koncentrácia laktátu v cvičiacich svaloch a tento bod sa nazýva „anaeróbny prah“ (AP) alebo *laktátový obrat*. Subjektívne je to moment, kedy dýchanie začne byť viac namáhavé a objavuje sa pocit „pálenia“ vo svaloch. Dobré tréningované športovci obyčajne dosiahnu svoj AP pri asi 85-90% svojej srdcovej frekvencie pri max.VO<sub>2</sub>, ale netrénovaní jedinci majú tento prah omnoho nižšie (50-70% srdcovej frekvencie pri max.VO<sub>2</sub>).

Pohybuje sa vaša srdcová frekvencia v pre vás požadovanom rozmedzí? [3] Rozmedzie pre vás požadovanej srdcovej frekvencie sa pohybuje medzi 60% a 80% vašej maximálnej srdcovej frekvencie. Udržanie sa v rámci tohoto rozmedzia zvyšuje pozitívny prínos kardiovaskulárnej aktivity pre vaše zdravie a spaľovanie tukov.

**Pokojuvá srdcová frekvencia za minútu** Ráno kým vstanete z postele, si zmerajte svoj pulz počas jednej minúty.

**Srdcová frekvencia pri malej námahe** Nenárodné cvičenie s maximálnou srdcovou frekvenciou 60-75% predstavuje najväčšiu časť (75-85%) probandovej týždennej tréningovej dávky. Jednou zvlášť dôležitou formou aeróbného tréningu je dlhý beh raz do týždňa, ktorý zlepšuje schopnosť tela spaľovať tuky (a taktiež šetrí glykogén) a zvyšuje odolnosť svalov, šliach a kostrovej sústavy voči dlhodobej záťaži.

**Anaeróbny prah (AP)** Dobré tréningované športovci obyčajne dosiahnu svoj AP pri asi 85-90% svojej srdcovej frekvencie pri max.VO<sub>2</sub>, ale netrénovaní jedinci majú tento prah omnoho nižšie (50-70% srdcovej frekvencie pri max.VO<sub>2</sub>).

**Max. VO<sub>2</sub>** Predstavuje maximálnu rýchlosť spotreby kyslíku jedincom a je meraná v ml/min/kg telesnej hmotnosti. Kyslík je konečným príjemcom elektrónu v procese tvorby energie pri aeróbnnej respirácii, ku ktorej dochádza v mitochondriách pracujúcich svalov. Max.VO<sub>2</sub>

taktiež určuje maximálne množstvo energie dostupnej pre svaly. Táto horná hranica je daná z veľkej miery geneticky, ale tréning ju môže zvýšiť až o 20% netrénovanej kapacity.

## 2 Metóda výpočtu a implementácia

Celý algoritmus pre výpočet anaeróbného prahu spočíva v niekoľkých krokoch [2]. Regresnou analýzou a voľbou exponenciálnej funkcie dostaneme vhodnú aproximáciu nameraných hodnôt. Ďalej spočítame dotyčnice v krajných bodoch aproximačnej krivky a ich priesečník označíme ako bod  $P$ . Nakoniec určíme bod anaeróbného prahu (ANP) iteračnou metódou pre hľadanie minima vzdialenosti bodu od krivky.

### 2.1 Regresná analýza

Vo vedeckých a inžinierskych analýzách sa často stretávame s kvantitatívnym hodnotením dvoch a viac veličín, ktoré vyjadrujeme funkčným vzťahom

$$y = f(x). \quad (2.1)$$

Veličiny sú vzájomne štatisticky korelované (závislé). Pritom nepoznáme typ a konštanty funkcie, ktoré dodatočne určujeme na podklade empiricky zistených (odmeraných) údajov. Tento druh riešenia a problému nazývame *regresná analýza*.

V rovnici (2.1) napr. namiesto presných hodnôt  $x$ ,  $y$  máme k dispozícii odmerané hodnoty  $x_i$ ,  $y_i$ . Vyrovnávací krivka  $y = f(x)$  je spojitá a prechádza medzi bodmi empirického polygónu, ktorý je vytvorený odmeranými údajmi.

Jedným z typov funkcií, ktoré sa dajú použiť na takúto analýzu je aj exponenciálna funkcia

$$y = Ae^{Bx}, \quad (2.2)$$

kde  $A$  a  $B$  sú regresné koeficienty, ktoré je potrebné určiť. Rovnicu na oboch stranách logaritmujeme prirodzeným logaritmom a dostaneme tvar

$$\ln y = \ln A + Bx. \quad (2.3)$$

Po substitúcii

$$Y = \ln y, \quad X = x, \quad a = \ln A, \quad b = B \quad (2.4)$$

dostaneme lineárny regresný model dvoch nových regresných koeficientov  $a$  a  $b$ :

$$Y = a + bX.$$

Keď vyrovnaním metódou najmenších štvorcov vypočítame regresné koeficienty  $a$  a  $b$ , originálne regresné koeficienty  $A$  a  $B$  určíme z rovníc (2.4).

$$\ln A = \frac{\sum_{i=1}^n \ln y_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot \ln y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} \quad (2.5)$$

$$B = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot \ln y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n \ln y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} \quad (2.6)$$

kde  $n$  je počet nameraných hodnôt.

Ďalej skonštruujeme dotyčnice k exponenciálnej krivke v krajných bodoch a spočítame ich priesečník. Rovnica dotyčnice je daná vzťahom

$$y = y_0 + y'(x_0)(x - x_0), \quad (2.7)$$

kde derivácia  $y'(x_0)$  je smernica dotyčnice ku grafu funkcie v bode  $x_0$ . Derivácia rovnice (2.2) má potom tvar

$$y'(x) = ABe^{Bx}. \quad (2.8)$$

Priesečník dotyčníc v krajných bodoch (označme ich  $x_F = x_1$  a  $x_L = x_n$ ) označíme ako bod  $P$  a jeho súradnice

$$x_P = \frac{\frac{1}{B} - x_L}{1 - e^{B \cdot (x_F - x_L) - 1}} - \frac{\frac{1}{B} - x_F}{1 - e^{B \cdot (x_L - x_F)}} \quad (2.9)$$

$$y_P = A \cdot e^{B \cdot x_F} + A \cdot B \cdot e^{B \cdot x_1} \cdot (x_P - x_F) \quad (2.10)$$

Posledný krok je nájsť najmenšiu vzdialenosť bodu  $P$  od exponenciálnej krivky danej vzťahom (2.2). Vzdialenosť určíme z metódy najmenších štvorcov

$$d(x, y) = \sqrt{(x_P - x)^2 + (y_P - y)^2}, \quad (2.11)$$

kde  $y = A e^{Bx}$ . Čím dostaneme funkciu len s jendou neznámou  $d(x)$  a našim problémom je nájsť minimum takejto funkcie. Zderivovaním a úpravou dostaneme rovnicu

$$\frac{\partial d(x)}{\partial x} = (x - x_P) + (Ae^{Bx} - y_P)ABe^{Bx}, \quad (2.12)$$

ktorej nulový bod nájdeme vhodnou iteračnou metódou, napr. metódou bisekcie.

```
>> [x_pom, fval, flag, output] = fzero(@(X) anp_fun(X,x_P,y_P,A,B),x0,options)
output =
    intervaliterations: 8
           iterations: 7
          funcCount: 24
        algorithm: 'bisection, interpolation'
          message: 'Zero found in the interval [13.3474, 25.9097]'
```

---

```
%-----
function dS = anp_fun(x,x_P,y_P,A,B)
dS = (x-x_P)+ (A*exp(B.*x)-y_P).*A*B.*exp(B.*x);
```

### 3 Vizualizácia a spracovanie

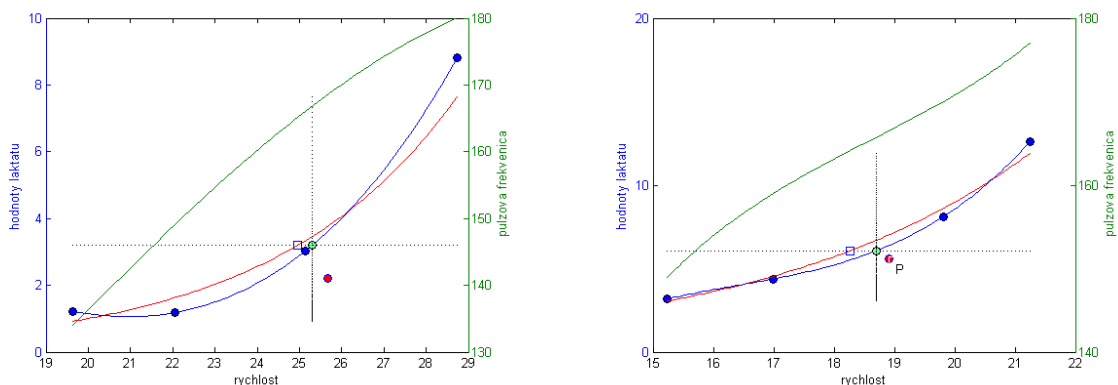
Spôsob výpočtu AP spomenutý v časti 2, aplikujeme na niekoľko meraní probandov testovaných v NŠC Bratislava.

rýchlosť [km/h]	17,54	19,54	21,58	24,68
laktát [mmol/l]	1,42	2,10	4,60	11,35
PF <sup>a</sup>	158	167	179	187

<sup>a</sup>pulzová frekvencia

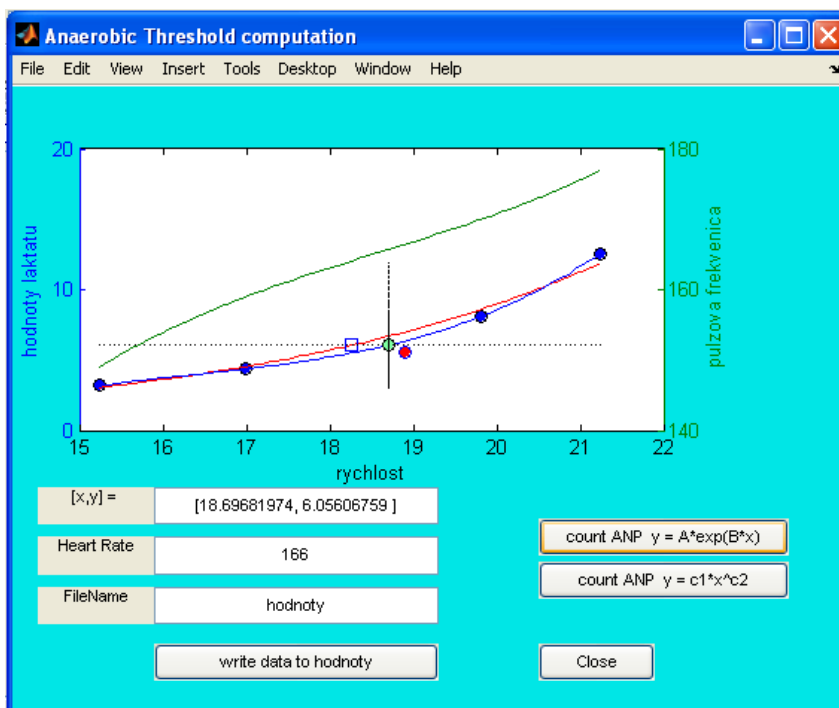
rýchlosť [km/h]	15,24	17,00	19,82	21,25
laktát [mmol/l]	3,18	4,38	8,12	12,59
PF	149	159	170	177

Tabuľka 2: ukážka nameraných hodnôt druhého probanda z 20.7. 2007 v Obertillachu (muž, 17 rokov, beh)



Obrázok 1: anaeróbny prah pre probandov (červený bod = bod P, modrý bod = bod ANP)

Jednou z posledných úloh, ktorá by uľahčila prácu pre pracovníkov NŠC je vytvoriť samostatnú aplikáciu, ktorú je možné spustiť bez MatLabu. Pričom program je s funkciami podporovanými v MatLabe. Riešenie je v použití matlab runtime compiler (MCR) pre „stand alone“ aplikácie.



Obrázok 2: Grafické rohranie použité pri spracovaní vstupných dát zo súboru hodnoty.xls

## Referencie

- [1] V. Bielik, M. Aneščík, J. Petrovič, J. and Pelikánová, and E. Jamrichová. Laktátová krivka - teória a prax. *Aletika*, pages 6–12, 2006. Bratislava : ICM Agency.
- [2] P. Kvaca, J. Radvansky, and M. Cermak. Determination of anaerobic treshold from spiroergometric parameters - method for computer implementation. *medicina sportiva*, 7(1):14–19, 1998.
- [3] MedProGO s.r.o. Kalkulácia srdcovej (tréningovej) frekvencie. Website, 2006. <http://www.centrumzdravia.sk/ed/0/do/calculator/training/>.

---

Eva Jamrichová  
KMANM, FMFI UK, Bratislava,  
e-mail: [jamrichova@fmph.uniba.sk](mailto:jamrichova@fmph.uniba.sk)  
tel.: +421 (2) 602 95 308