MODELOVANIE TEPELNEJ DYNAMIKY PRIEMYSELNÉHO INDUKČNÉHO OHREVU PRE ÚČELY PROGRESÍVNEHO RIADENIA SYSTÉMOV S ROZLOŽENÝMI PARAMETRAMI

J. Kapusta, J. Camber, G. Hulkó

Slovenská Technická Univerzita v Bratislave, Strojnícka fakulta Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky Nám. slobody 17, 812 31 Bratislava Mýtna 36 (sídlo pracoviska)

Abstrakt

V posledných rokoch sa v priemyselnej praxi čoraz častejšie používajú na ohrev oceľových polotovarov modulárne indukčné ohrievače so samostatnými napájacími obvodmi. Uvedený článok pojednáva o numerickom modelovaní modulárneho priebežného indukčného ohrevu oceľových polotovarov pre kovárenskú výrobu s použitím softvérového prostredia COMSOL Multiphysics. V článku je postupne prezentovaný matematický opis a model indukčného ohrevu pomocou parciálnych diferenciálnych rovníc. Následne je na ich základe opísaný a vytvorený konečnoprvkový model v prostredí COMSOL Multiphysics; vypočítané výstupy sú následne zhodnotené a porovnané s reálnymi požiadavkami z priemyselnej praxe. Pri zostavovaní modelu bol zohľadnený horizontálny pohyb ohrievaného oceľového polotovaru a jeho nelineárne teplotne závislé materiálové vlastnosti, ako aj požiadavka na dobu ohrevu polotovarov na kovaciu teplotu. Výstupy teplotnej dynamiky zo simulácie slúžili pre identifikáciu a simulačné spätnoväzobné riadenie indukčného ohrevu ako systému s rozloženými parametrami s využitím DPS Blockset Toolbox pre MATLAB/Simulink.

1 Priemyselný indukčný ohrev a nové možnosti riadenia

Modulárny indukčný ohrievač, z pohľadu automatizácie a riadenia, predstavuje ideálnu technológiu pre návrh progresívneho obvodu riadenia, založeného na teórií rozložených systémov (angl. Distributed Parameter Systems - DPS). Samotná simulácia, opísaná v tomto príspevku, slúžila na vyšetrenie dynamiky tepelného procesu indukčného ohrevu, pre účely identifikácie a následného návrhu simulačného obvodu riadenia pomocou DPS Control Toolboxu pre MATLAB/Simulink. DPS Control Toolbox je softvérový produkt vyvíjaný našim ústavom a bol využitý pri mnohých riešených simulačných úlohách [6]. Vzhľadom na obsažnosť matematického výkladu, teória rozložených parametrov nebude uvedená v texte článku. Detailný popis tejto problematiky je obsiahnutý najmä v [1] a [8]. Simulačné riadenie na báze rozložených parametrov je veľmi dobre použiteľné pri tepelných procesoch, kde umožňuje riadiť pomocou malého množstva aktuátorov niekoľkonásobne väčší počet žiadaných veličín v čase a priestore.

Indukčný ohrev je bezkontaktná metóda ohrievania telies na báze absorbovania energie z generovaného magnetického poľa cievkou induktora. Intenzita ohrevu a distribúcia tepla závisí od mnohých faktorov a mení sa počas ohrevu. Teplo sa tvorí z najväčšej časti vplyvom vírivých prúdov. Ohrievanie vírivými prúdmi funguje vo všetkých elektricky vodivých materiáloch, ktorými sú magnetické alebo nemagnetické druhy ocele, meď, hliník, grafit apod. V posledných rokoch sa v priemyselnej praxi čoraz častejšie používajú na ohrev oceľových polotovarov viacstupňové, modulárne indukčné ohrievače so samostatnými napájacími obvodmi. Postupne nahrádzajú konvenčné riešenia s jedným zdrojom a jednou cievkou. Empirické hodnoty nastavenia indukčného ohrevu s jednou cievkou a zdrojom, pomocou fixnej frekvencie a výkonu (prúdu) pre konkrétny materiál na základe "tabuľkových" hodnôt, nekorešpondujú s moderným pohľadom na problematiku. Modulárne ohrievače poskytujú väčšiu flexibilitu pri ohreve polotovarov, lepšiu riaditeľnosť procesu a zároveň šetria elektrickú energiu vďaka vyššej efektivite ohrevu. Každý z modulov môže byť nastavený na iný výkon a frekvenciu, čo umožňuje optimálne prispôsobiť a "rozložiť" v priestore a čase výkon ohrevu.

2 Matematický opis modelu

Kompletný matematický opis časovo premenlivého elektromagnetického poľa sa opiera o riešenie štyroch Maxwellových rovníc v diferenciálnej forme. Tieto rovnice sú odvodené na základe Ampérovho zákona, Faradayovho zákona a Gaussových zákonov (1) a sú zapísané v tvare:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \qquad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{charge} \qquad (1-4)$$

kde **E** je intenzita elektrického poľa, **D** je elektrická indukcia, **H** je intenzita magnetického poľa, **B** je magnetická indukcia, **J** reprezentuje prúdovú hustotu a ρ_{charge} je hustota elektrického náboja. Avšak takto zaísané Maxwellove rovnice (1-4) nie sú riešiteľné, nakoľko počet rovníc je menší ako počet neznámych veličín. Tieto rovnice nadobudnú riešiteľnosť po zadefinovaní vzájomných súvislostí medzi neznámymi. Nasledovné rozšírené konštitutívne vzťahy platia pre lineárne izotropné média.

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \qquad \mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \qquad \mathbf{J} = \frac{1}{\rho_{\rm el}} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}$$
(5-7)

kde ε_r predstavuje relatívnu permitivitu, μ_r relatívnu permeabilitu, σ elektrickú konduktivitu materiálu a ρ_{el} elektrickú rezistivitu. Konštanta $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ [F} \cdot \text{m}^{-1]}$ sa nazýva permitivita vákua a $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ [H} \cdot \text{m}^{-1]}$ reprezentuje permeabilitu vákua. Relatívna permeabilita určuje schopnosť materiálu viesť magnetický tok. Relatívna permitivita analogicky vyjadruje schopnosť materiálu viesť elektrické pole. Po zohľadnení rovníc (5-7) môžeme prepísať rovnicu (1) do tvaru

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$
(8)

Pre väčšinu aplikácií indukčného ohrievania ocele v priemyselnej praxi, kde frekvencia ohrevu nepresiahne 10MHz, je indukovaná prúdová hustota **J** omnoho väčšia ako hodnota tvaru $\partial \mathbf{D} / \partial t$, takže tento zlomok na pravej strane rovnice (1) môžeme zanedbať a zjednodušiť zápis na

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} \tag{9}$$

Keďže platí rovnica (3), môžeme magnetickú indukciu vyjadriť pomocou vektorového magnetického potenciálu A nasledovne:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \tag{10}$$

a potom dosadením rovnice (7) do pôvodnej rovnice (2) dostaneme tvar

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \tag{11}$$

a po následnom integrovaní získame

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi \tag{12}$$

kde ϕ je skalárny elektrický potenciál. Rovnicu (7) môžeme tiež vyjadriť s použitím vektorového magnetického potenciálu **A** ako

$$\mathbf{J} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{J}_{source}$$
(13)

kde $J_{source} = -\sigma \nabla \phi$ predstavuje budiacu prúdovú hustotu v cievke. Ak sú materiálove vlastnosti spojitého charakteru a zanedbáme hysteréziu spolu so saturáciou magnetického poľa, potom môžeme napísať

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} (\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_{source} - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$
(14)

Pre drvivú väčšinu aplikácií indukčného ohrevu totiž produkcia tepla hysteréziou neprekročí 7% z produkcie tepla, ktoré vzniká vplyvom vírivých prúdov. Rovnako je preukázané, že pre majoritnú väčšinu aplikácií indukčného ohrievania možno zjednodušiť matematický model úvahou, že prúd je v ustálenom stave. S týmto predpokladom môžeme uvažovať, že elektromagnetické sily opísané Maxwellovými rovnicami sa stanú harmonickými funkciami v čase s jednotnou frekvenciou. Potom môžeme prepísať rovnice (1-4) tak, aby opisovali harmonické elektromagnetické pole [2,3].

$$\frac{1}{\sigma}\nabla^{2}\mathbf{H} = i\omega\mu_{0}\mu_{r}\mathbf{H} \qquad \qquad \frac{1}{\mu_{r}}\nabla^{2}\mathbf{E} = i\omega\mu_{0}\mu_{r}\mathbf{E} \qquad \qquad \frac{1}{\mu_{0}\mu_{r}}\nabla^{2}\mathbf{A} = -\mathbf{J}_{source} + i\omega\sigma\mathbf{E} \quad (15-17)$$

kde ∇^2 je operátor nazývaný Laplacián, ktorý má dva rozdielne zápisy v karteziánskom a cylindrickom súradnicovom systéme. V karteziánskom systéme je Laplacián vektora **A** rovný

$$\nabla^{2}\mathbf{A} = \frac{\partial^{2}\mathbf{A}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}\mathbf{A}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}\mathbf{A}}{\partial z^{2}}$$
(18)

a v cylindrickom systéme nadobudne Laplacián vektora A tvar

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z^2}$$
(19)

Rovnice (15-17) sú platné pre trojrozmerný priestor a umožňujú vypočítať všetky potrebné parametre indukčného ohrievača. Aj napriek tomu, že matematický trojrozmerný model by logicky mal najpresnejšie korešpondovať s realitou, aktuálny prípad priemyselného indukčného ohrevu môže byť porovnateľne presne riešený aj v dvojrozmernom, osovo symetrickom priestore. Simulačné riešenie v trojrozmernom priestore znevýhodňuje potreba niekoľkonásobne väčšej výpočtovej sily (najmä pri teplotne závislých materiálových vlastnostiach).

Pri mnohých aplikáciách indukčného ohrevu môžeme priamo zadať alebo získať skalárne hodnoty parametrov magnetického poľa (napr. vektorový magnetický potenciál, intenzita elektrického poľa, magnetická indukcia). Ak uvažujeme rez cievkou, aj vektor **A** tak aj vektor **E** má iba jednu *z*-priestorovú zložku. V prípade priečneho rezu majú rovnako vektory **H** aj **B** tiež len jednu priestorovú zložku. Táto skutočnosť umožňuje zredukovať trojrozmerné riešenie na dvojrozmerné. Vektorový magnetický potenciál **A** nadobudne po konverzií do dvojrozmerného karteziánskeho priestoru tvar

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2} \right) = -\mathbf{J}_{source} + i\omega\sigma\mathbf{E}$$
(20)

a pre osovo symetrický cylindrický systém zápis

$$\frac{1}{\mu_0\mu_r}\left(\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial r^2} - \frac{\mathbf{A}}{r^2}\right) = -\mathbf{J}_{source} + i\omega\sigma\mathbf{E}$$
(21)

Okrajová podmienka sa štandardne stanovuje ako Dirichletova okrajová podmienka $\mathbf{A} = 0$, alebo ako gradient vektora \mathbf{A} , ktorý je v uvažovanom priestore zanedbateľne malý (Neumannova okrajová podmienka *grad* $\mathbf{A} = 0$).

Ako bolo uvedené v *kap.1*, indukčný ohrev je kombináciou elektromagnetických a tepelných fyzikálnych dejov. Do procesu tepelnej výmeny vstupujú rôznym podielom vednie tepla (kondukcia), prúdenie tepla (konvekcia) a žiarenie tepla (radiácia). Pre matematický opis výmeny tepla pri indukčnom ohrevu polotovaru kruhového prierezu (napr. ohrev sochoru na kovanie) použijeme dvojrozmerný zápis rovnice, pričom uvažujeme osovú symetriu

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda(T)r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right) = -q(T) + c(T)\rho\frac{\partial T}{\partial t}$$
(22)

kde *T* je teplota, ρ je hustota kovu, *c* je merná tepelná kapacita, λ koeficient tepelnej vodivosti kovu a *q* predstavuje hustotu tepelného toku, ktorá sa vyprodukuje v ohrievanom telese vplyvom vírivých prúdov. Je potrebné podotknúť, že obe premenné *c* aj λ sú nelineárne, teplotne závislé a ich nahradenie konštantnou hodnotou by zvýšilo chybu výpočtu. Preto je potrebné zachovať ich nelinearitu vplyvom teploty a preto v rovnici (22) sú zapísané v tvare teplotne závislých funkcií. Pre väčšinu aplikácií v priemyselnej praxi sú okrajové podmienky kombináciou tepelných strát vplyvom konvekcie a radiácie. Okrajová podmienka je definovaná vzťahom

$$-\lambda gradT = \alpha (T - T_0) + k_{SB} \beta (T^4 - T_0^4) + q_s$$
(23)

kde α reprezentuje koeficient prestupu tepla konvekciou, $k_{SB} = 5.67 \cdot 10^{-8} [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}]$ je Stefan-Boltzmannova konštanta, β je emisivita povrchu materiálu a T_0 je teplota okolia [2,3,4].

3.1 Príprava modelu v COMSOL Multiphysics

Simulačný softvér COMSOL Multiphysics umožňuje riešiť fyzikálne úlohy popísané parciálnymi diferenciálnymi rovnicami metódou konečných prvkov. Softvérom je možné modelovať multifyzikálne deje v inžinierskej praxi a v mnohých vývojových oblastiach technických i vedeckých odborov. Do riešenia je možné zahrnúť niekoľko fyzikálnych vplyvov naraz a vykonať komplexnejšiu analýzu modelu ako multifyzikálnu úlohu. COMSOL Multiphysics je možné s využitím špeciálneho nadstavbového modulu prepojiť s univerzálnym vedecko-technickým softvérovým nástrojom MATLAB.

Pri modelovaní bola snaha o vernú simuláciu indukčného ohrevu polotovarov väčších prierezov pre tvárnenie. V praxi trvá dosiahnutie ustáleného stavu teplôt polotovaru na výstupe niekoľko minút. Pre tento stav sa používa v automatizácií označenie optimálny pracovný bod. Vytvorený konečnoprvkový model zahŕňa nelinearitu materiálových vlastností polotovaru závislú od teploty. Žiadaná tvárniaca teplota polotovaru na výstupe induktora sa v praxi, v závislosti od konkrétneho materiálu, pohybuje okolo 1450K. Polotovar musí zároveň vykazovať minimálnu deviáciu medzi teplotou povrchu a teplotou jadra. Polotovary sa v dutine cievok pohybujú rýchlosťou 1cm/s. Z toho vyplýva, že po dosiahnutí pracovného bodu a pri simulovanej celkovej dĺžke induktora 3 metre, je každých cca 25 sekúnd na výstupe pripravený ohriaty polotovar. Pre zjednodušenie výpočtu boli jednotlivé polotovary, idúce za sebou, nahradené tyčou odpovedajúcej dĺžky.

Trojrozmernú geometriu modulu s jednou dutou medenou cievkou s prierezom 25x20mm, 13timi závitmi a dĺžkou 750mm, poskytol výrobca indukčných ohrievačov – česká firma Roboterm. Jej priame meranie vrátane výstelky zo žiaruvzdorného šamotu, ako aj praktické poznatky priamo z výroby výkovkov, poskytla firma HKS Forge. Prierez časťou 3D modelu induktora je vyobrazený na Obrázku 1 (vľavo). Geometria bola importovaná do COMSOLu a prevedená do dvojrozmernej osovej symetrie (*2D axisymetric*). Pre celkový model induktora boli použité štyri uvedené moduly za sebou, pričom každý z nich bol virtuálne napájaný rozdielnym prúdom (i_1 =3.75kA, i_2 =3.25kA, i_3 =3kA a i_4 =2.75kA). Frekvencia ohrevu bola nastavená na *f*=1.5kHz pre všetky moduly.



Obrázok 1: Prierez časťou 3D modelu induktora (vľavo) a použitá konečnoprvková sieť

Nelineárne, teplotne závislé materiálové vlastnosti pre oceľový polotovar boli čerpané z [5] a [3]. Pri vytváraní modelu v COMSOLe boli zadané ako interpolácie v sekcií *Material Properties*. V Tabuľke 1 sú uvedené ich konkrétne hodnoty.

vlastnosť	teplota T [°C]						
materiálu	0	350	500	750	775	1000	1250
$\rho_{el} \left[10^{-8} \Omega \cdot m \right]$	47.5	80	100	140	145	155	165
μ_r [-]	50	50	37	15	1	1	1
$\lambda [W m^{-1} K^{-1}]$	52	43	35	30	26	28	30
c [J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹]	540	600	650	750	1500	770	770
$\rho [\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$	7850	7731	7700	7660	7585	7483	7380

Tabuľka 1: VLASTNOSTI OCEĽOVÉHO POLOTOVARU

Pre ostatné použité materiály boli zadané materiálové vlastnosti vo forme konštánt (Tabuľka 2)

materiál	$c \left[\mathbf{J} \cdot \mathbf{kg}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1} \right]$	μ_r [-]	ρ [kg·m⁻³]	$\lambda [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$	ε _r [-]	σ [S·m⁻¹]
meď	-	1	8700	-	1	$6 \cdot 10^{7}$
šamot	0.5	1	1980	1	1	0.3
voda	4500	1	1000	0.6	1	$5.5 \cdot 10^{-6}$
vzduch	1050	1	1.3	0.04	1	0

Tabuľka 2:	VLASTNOSTI	OSTATNÝCH	MATERIÁLOV

Na model bola aplikovaná špeciálne navrhnutá konečnoprvková sieť. Veľmi hustá sieť bola použitá na povrchu polotovaru, aby sa minimalizovala chyba výpočtu elektromagnetického vlnenia. Hustá sieť bola rovnako použitá na vzduchovú medzeru ako aj na šamot a samotnú cievku. Časť konečnoprvkovej siete znázorňuje Obrázok 1 (vpravo).

Pre fyzikálne nastavenie a výpočet modelu bol použitý multifyzikálny modul *Induction Heating* s dodatočne zadefinovaným pohybom a menšími úpravami v sekcií *Heat Transfer*. Vzhľadom na náročnosť výpočtu bol zjednodušený (linearizovaný) výpočet tepelných strát vplyvom žiarenia (radiácie), nakoľko je veľmi náročné simulovať spätné tepelné odrazy od materiálov a schopnosť ohrievaného polotovaru tieto odrazy znovu "pohltiť". Pre uvedenú simuláciu bola jednou z priorít aj relatívna rýchlosť výpočtu a zohľadnenie spomínaného javu by kládlo extrémne nároky na čas výpočtu simulácie. Veľkosť vzduchovej medzery iba 5mm a prítomnosť šamotu v modeli, ktorý sa v praxi používa práve pre zamedzenie tepelných strát vplyvom radiácie, čiastočne ospravedlňuje túto aproximáciu výpočtu.

3 Výstup simulácie

Vo výpočtovej sekcií *Solver* bola nastavená metóda výpočtu *Frequency Transient* a čas simulácie až 800s, aby bol ustálený stav teplôt dobre viditeľný na grafe teplôt. Už po 400s vykazoval povrch polotovaru teplotu okolo 1450 K s minimálnou deviáciou k teplote jadra, čo korešponduje s reálnymi požiadavkami pre tvárnenie. Simulovanú distribúciu tepla v polotovare naprieč celou dĺžkou induktora za čas 400s, ako aj prierezom polotovaru, ilustruje Obrázok 2.



Obrázok 2: Simulovaná distribúcia tepla v polotovare naprieč celou dĺžkou induktora za čas 400s

Vypočítaný ustálený teplotný profil v čase, meraný desiatimi symetricky umiestnenými virtuálnymi sondami na povrchu polotovaru, je na Obrázku 3 (vľavo). Pre návrh simulácie regulátora na báze systémov s rozloženými parametrami je potrebné získať nielen zložku pre tepelnú dynamiku v čase, ale aj zložku reprezentujúcu tepelnú dynamiku v priestore (viď Obrázok 3 vpravo). V uvedenom prípade reprezentuje priestor dĺžka induktora. Celková matica časovo-priestorovej dynamiky, potrebná pre identifikáciu procesu, bola exportovaná priamo do prostredia MATLAB/Simulink. V tomto prostredí prebehla identifikácia procesu, syntéza PI regulátora a nasledovalo zostavenie regulačného obvodu na báze rozložených parametrov v prostredí Simulink pomocou DPS Control Toolbox. Zjednodušená schéma regulačného obvodu na báze rozložených parametrov je na Obrázku 4 [1,6,7,8]. Výsledná časovo-priestorová tepelná dynamika simulovaného a následne aj riadeného indukčného ohrevu (Obázok 3 vpravo) zodpovedá modelovej požiadavke na zvýšenie teploty polotovaru v celej dĺžke induktora o 30K. Skoková zmena z ustáleného stavu nastala v čase t=100s. Prúdy v štyroch cievkach predstavujú regulované veličiny U_1 - U_4 , pomocou ktorých má regulátor za úlohu dosiahnuť v čase do 400s požadované navýšenie teploty v desiatich meraných bodoch (totžne umiestnené ako pri Obrázoku 3 vľavo). Regulátor bol schopný adekvátne reagovať a za polovičnou dĺžkou induktora už dosahoval požadované teploty.



Obrázok 3: Ustálený teplotný profil v čase (vľavo) a časovo-priestorová tepelná dynamika



Obrázok 4: Schéma regulačného obvodu na báze rozložených parametrov (DPS)

4 Záver

Simulované riadenie na báze rozložených parametrov funguje podľa očakávaní. Ambíciu do budúcnosti predstavuje nahradenie "off-line" modelu modelom pracujúcim v reálnom čase s možnosťou vzájomnej interakcie medzi regulátorom a počítanou simuláciou procesu. Bez detailnej simulácie dynamiky indukčného ohrevu by nebola možná správna identifikácia tohto, v priemyselnej praxi často používaného procesu, a následné zostavenie regulačného obvodu. COMSOL Multiphysics ponúkol intuitívne prostredie, široké možnosti implementácie nelineárnych materiálových vlastností, dobré prepojenie s prostredím MATLAB/Simulink a pomerne rýchly výpočet simulácie. Na výpočtovom počítači s procesorom Intel Core i5-2300 a 16GB pamäťou RAM trval výpočet približne jednu hodinu.

Pod'akovanie:

Článok vznikol pri podpore v rámci grantov: VEGA 1/0138/11 "Riadenie dynamických systémov reprezentovaných numerickými štruktúrami ako sústav s rozloženými parametrami" a APVV-0131-10 "High-tech riešenia pre technologické procesy a mechatronické komponenty ako riadené systémy s rozloženými parametrami" ako aj Európskej Únie - European Social Fund, grant TAMOP-4.2.1.B-11/2/KMR-2011-0001.

Literatúra

[1] G. Hulkó, C. Belavý a kol. *Modeling, Control and Design of Distributed Parameter Systems with Demonstrations in Matlab.* Publishing house STU Bratislava (1998).

[2] V. Rudnev, D. Loveless a kol. Handbook of Induction Heating. Marcel Dekker (2003).

[3] V. Rudnev. *Simulation of Induction Heating Prior to Hot Working and Coating*. ASM Handbook, Volume 22B - Metal Process Simulation, strany 475-500, ASM International (2010).

[4] E. Rapoport, Y. Pleshivtseva. *Optimal Control of Induction Heating Processes*. Taylor&Francis Group. New York (2007).

[5] M. Behúlová, B. Mašek a kol. *Static and Dynamic Induction Heating - Experiment and Numerical Simulation*, MP Materialprufung, Volume 48, strany 217-224 (2006).

[6] K. Ondrejkovič, P. Buček a kol. *Control of continuous casting processes as distributed parameter systems*. Proceedings of METEC InSteelCon 2011, 7-th European Continuous Casting Conference. Düsseldorf (2011).

[7] G. Hulkó a kol. *Distributed Parameter Systems Blockset for MATLAB & Simulink - DPS Blockset - Third- Party Product of The MathWorks*. Bratislava 2003-2012 www.mathworks.com/products/connections/

[8] Documentation of DPS Blockset for MATLAB & Simulink, Bratislava 2012 [online] K dispozícií na <www.dpscontrol.sk>

Ing. Juraj Kapusta <juraj.kapusta@stuba.sk>

Ing. Juraj Camber <juraj.camber@stuba.sk>

prof. Ing. Gabriel Hulkó, DrSc. <gabriel.hulko@stuba.sk>