

# ROBUSTNÉ RIADENIE TEPLOTNÉHO POĽA ZLIEVARENSKEJ FORMY

*F. Vitáloš, C. Belavý*

Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky, Strojnícka Fakulta,  
Slovenská Technická Univerzita v Bratislave, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1

## Abstrakt

Článok sa venuje návrhu robustných regulátorov pre robustné riadenie teplotného poľa formy ako systému s rozloženými parametrami a s výskytom neurčitostí. Syntéza robustného riadenia je realizovaná na základe IMC štruktúry obvodu riadenia. Pri návrhu robustného riadenia je potrebná formulácia nominálneho modelu sústavy a definovanie neurčitostí, ktoré sú uvažované pre daný model. Analýza neurčitosti identifikovaných prenosových funkcií z hľadiska neurčitosti ich parametrov bola vykonaná v prostredí Matlab pomocou funkcií Robust Control Toolboxu.

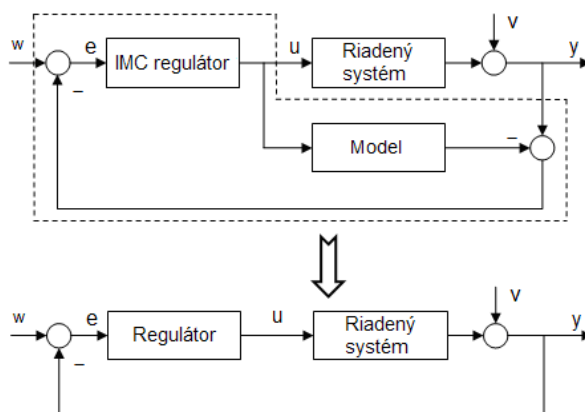
## 1 Úvod

Teória robustného riadenia predstavuje jeden z možných prístupov k návrhu riadiaceho obvodu s neurčitosťou. Cieľom návrhu robustného riadenia je zabezpečiť požadovanú kvalitu riadenia napriek nepresnostiam pri modelovaní procesu a zmenám parametrov modelu. Pri návrhu robustného riadenia je potrebná formulácia nominálneho modelu sústavy, definovanie neurčitostí, ktoré sú uvažované pre daný model a analýza ich vplyvu na model v časovej a frekvenčnej oblasti. Na základe výsledkov analýzy neurčitostí je vybratá vhodná stratégia robustného riadenia a vykonaná simulácia riadenia.

## 2 Obvod riadenia SRP s IMC regulátormi

Všeobecná štruktúra obvodu riadenia s vnútorným modelom sústavy, známa ako Internal Model Control (IMC) je na obr. 1. Túto štruktúru možno jednoducho transformovať na klasickú spätnoväzbovú štruktúru a pri syntéze riadenia s rozloženými parametrami (SRP) na báze SSR ju zahrnúť do bloku časovej syntézy riadenia SRP. Vzťah medzi spätnoväzbovým regulátorom  $R$  a IMC regulátorom  $Q$  pre nominálny model riadeného systému  $\tilde{S}$  je daný vzťahom:

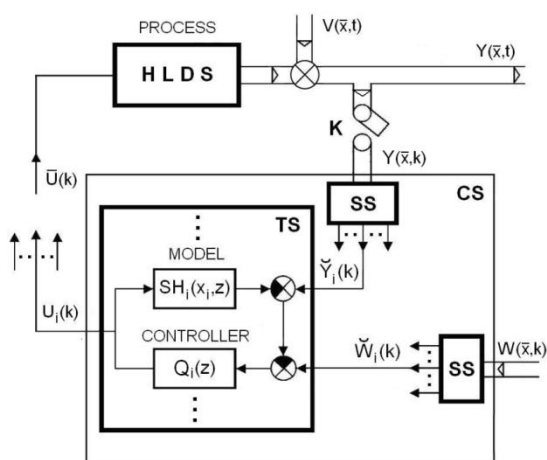
$$Q = \frac{R}{1 + \tilde{S}R} ; \quad R = \frac{Q}{1 - \tilde{S}Q} \quad (1)$$



Obr. 1: Štruktúra obvodu s vnútorným modelom sústavy IMC a jeho transformácia na jednoduchý spätnoväzbový obvod

Použitie IMC štruktúry pri syntéze riadenia SRP je zaujímavé, pretože IMC štruktúra sa vo všeobecnosti vyznačuje dobrou stabilitou obvodu, dynamickou odozvou a robustnosťou. Bolo odvodených viacero praktických postupov určenia IMC regulátorov podľa rôznych kritérií a ich následnej transformácii na klasické spätnoväzbové regulátory s aplikáciami do rôznych oblastí riadenia dynamických systémov, vrátane SRP.

Štruktúra obvodu riadenia SRP na báze IMC je na obr. 2.



Obr. 2: Spätnoväzbový systém robustného riadenia s rozloženými parametrami

V nasledujúcej časti je prezentovaná metodika návrhu IMC regulátorov  $Q_i^*(z)$  v obvodoch riadenia so štruktúrou IMC v bloku časovej syntézy riadenia. Ako nominálne prenosové funkcie reprezentujúce model procesu sú v jednotlivých obvodoch riadenia uvažované identifikované prenosové funkcie  $\{SH_i(\bar{x}_i, z)\}_{i=1,n}$ .

$H_2$  optimálne regulátory  $Q_i^*(z)$  pre vstup  $\tilde{W}_i(k)$  v tvare jednotkovej skokovej funkcie

$\gamma^*(z) = \frac{z}{z-1}$  sú určené minimalizáciou kritéria:

$$\min_{Q_i^*(z)} \|E_i(\bar{x}_i, z)\|_2 = \min_{Q_i^*(z)} \|(1 - SH_i(\bar{x}_i, z) Q_i^*(z)) \gamma^*(z)\|_2 \quad (1.1)$$

Diskrétny IMC regulátor  $Q_i^*(z)$  je potom v tvare:

$$Q_i^*(z) = SH_{iM}(\bar{x}_i, z)^{-1} \quad (1.2)$$

Výsledný tvar diskrétneho IMC regulátora s filtrom  $Q_{iF}^*(z)$  bude v tvare:

$$Q_{iF}^*(z) = Q_i^*(z) F_i^*(z) = Q_i^*(z) \frac{(1 - \alpha_i)}{z - \alpha_i} \quad (1.3)$$

Pre  $SH_i(\bar{x}_i, z) = SH_{iM}(\bar{x}_i, z)$  a diskrétny filter bude regulátor  $R_i^*(z)$  v ekvivalentnom diskrétnom jednoduchom spätnoväzbovom obvode časovej zložky syntézy riadenia v tvare:

$$R_i^*(z) = \frac{SH_{iM}(\bar{x}_i, z)^{-1} F_i^*(z)}{1 - SH_i(\bar{x}_i, z) SH_{iM}(\bar{x}_i, z)^{-1} F_i^*(z)} = \frac{1}{SH_{iM}(\bar{x}_i, z)} \cdot \frac{F_i^*(z)}{1 - F_i^*(z)} \quad (1.4)$$

a po úprave:

$$R_i^*(z) = \frac{1}{SH_{iM}(\bar{x}_i, z)} \cdot \frac{1 - \alpha_i}{z - 1} \quad (1.5)$$

Parametre filtra  $\alpha_i$  určíme riešením optimalizačného problému tak, aby boli splnené podmienky robustnej stability a robustnej odozvy.

## 2.1 Aplikácia kritérií riadenia $H_2$ a $H_\infty$ na IMC štruktúru

Navrhnutý robustný regulátor na základe IMC štruktúry musí spĺňať dve základné podmienky

- podmienka robustnej stability

Nech modelová neurčitosť je popísaná multiplikatívnou formou a nech regulátor  $Q$  je stabilný, potom podmienka robustnej stability má tvar:

$$\sup_{\omega} |\eta_n(i\omega) l_{m,u}(\omega)| < 1 \quad (2.0)$$

- podmienka robustnej odozvy

Na základe kritéria  $H_\infty$  má podmienka tvar:

$$\sup_{\omega} \left\{ |\eta_n(i\omega) l_{m,u}(\omega)| + |\varepsilon_n(i\omega) w(\omega)| \right\} < 1 \quad (2.1)$$

Syntéza robustného regulátora tak vedie na neštandardnú minimomaxovú optimalizáciu za predpokladu splnenia podmienky robustnej stability (2.0).

$$\min_{Q(j\omega)} \sup_{\omega} \left\{ \left| P_n(i\omega)Q(i\omega)l_{m,u}(\omega) \right| + \left| [1 - P_n(i\omega)Q(i\omega)]w(\omega) \right| \right\} < 1 \quad (2.2)$$

Je tu však niekoľko dôvodov ktoré neumožňujú riešiť tento problém v takejto podobe

- nájdenie vhodnej štruktúry váhy vstupov  $w(s)$  vyžaduje empirický, iteratívny alebo identifikačný prístup, a má rozhodujúci vplyv na výsledky a rýchlosť syntézy riadenia
- v praxi sa často vyžaduje po určitom čase robustného regulátora v prevádzke jeho doladenie

Preto sa k návrhu robustného regulátora na základe IMC štruktúry pristupuje jednoduchšou formou v dvoch krokoch:

*KROK 1: Nominálna odozva*

V prvom kroku syntézy robustného regulátora sa abstrahuje od modelovej neurčitosti a obmedzení vyplývajúcich s podmienok robustnej stability a odozvy. Výsledkom je prenos regulátora zabezpečujúceho optimálnu odozvu pre špecifické alebo ohraničené vstupy ( $H_2$  a  $H_\infty$ ). Najčastejšie sa v tomto kroku používa lineárna  $H_2$  syntéza.

$$\min_{Q_H(s)} \left\| [1 - P_n(s)Q_H(s)]v(s) \right\|_2 \quad (2.3)$$

*KROK 2: Robustná stabilita a robustná odozva*

V druhom kroku je takto navrhnutý regulátor rozšírený o dolnopriepustný filter  $F$ , ktorý má zabezpečiť robustnú stabilitu a robustnú odozvu.

$$Q \cong Q_H F \quad (2.4)$$

Filter  $F$  musí spĺňať dve podmienky:

- jeho prenos musí mať taký tvar, aby výsledný prenos regulátora  $Q$  bol stabilný
- musí prepúšťať také pásmo frekvencií, pri ktorom je zaručená robustná stabilita

Návrh štruktúry filtra z hľadiska splnenia požiadavky optimálnej robustnej odozvy (2.2) je obtiažny. Niekedy ani nemusí existovať filter, ktorý uspokojí túto podmienku. A preto sa pristupuje k jednoduchšiemu návrhu filtra, ktorý zabezpečí robustnú stabilitu a postačujúcu, aj keď nie optimálnu robustnú odozvu.

### 3 Analýza neurčitostí identifikovaných prenosových funkcií

V časovej zložke syntézy riadenia systémov s rozloženými parametrami sú použité ako modely riadeného systému sústredené prenosové funkcie  $\{SH_i(\bar{x}_i, z)\}_i$ , resp. v  $s$ -oblasti prenosové funkcie  $\{S_i(\bar{x}_i, s)\}_i$ . Zdroje neurčitostí v tomto prípade sú dané hlavne metodikou modelovania a identifikácie, s čím súvisí možná zmena štruktúry a parametrov prenosových funkcií. Za účelom zohľadnenia neurčitostí, budeme v tomto prípade predpokladať, že dynamika správania sa riadeného systému je opísaná nie iba jednoduchým lineárnym časovo invariantným modelom, ale ako súbor  $q$  jednoduchých lineárnych časovo invariantných modelov, ktoré je možné vyjadriť rôznymi formami.

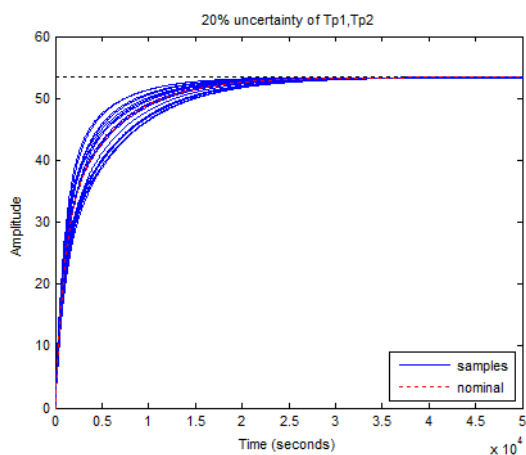
Ako nominálne prenosové funkcie reprezentujúce model procesu sú v jednotlivých obvodoch riadenia SRP uvažované prenosové  $\{S_i(\bar{x}_i, s)\}_i$ , resp. v z-oblasti  $\{SH_i(\bar{x}_i, z)\}_i$ .

Identifikované prenosové funkcie boli ďalej analyzované z hľadiska neurčitosti ich parametrov, ktorá bola zadávaná ako zmena v [%] vzhľadom na nominálne parametre. Pre zónu bol získaný súbor prechodových množín (Family)  $\theta_i$ , resp. frekvenčných charakteristík, ktoré dávajú obraz o správaní sa systému v časovej a frekvenčnej oblasti pri definovanej neurčitosti parametrov prenosovej funkcie. Analýza bola vykonaná v prostredí Matlab pomocou funkcií Robust Control Toolboxu.

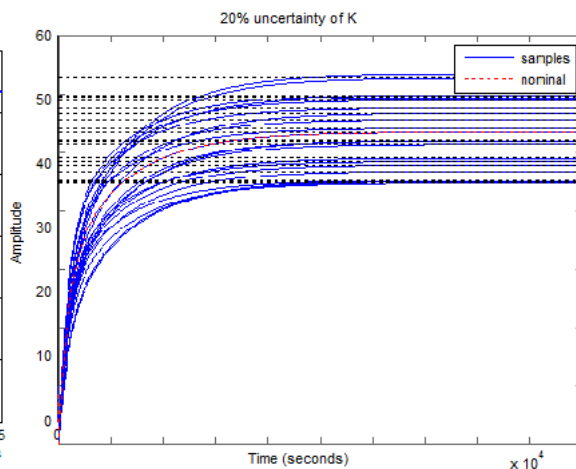
Pomocou funkcie *ureal* je možné pre zadaný nominálny parameter prenosovej funkcie generovať rozsah neurčitosti v 3 módoch:

- *range* – zadaný interval zmien nominálneho parametra
- *percentage* – percentuálna odchýlka od nominálneho parametra
- *plusminus* – aditívna odchýlka od nominálneho parametra.

Zadaný počet vzoriek pre daný mód je možné následne náhodne generovať pomocou funkcie *usample*, alebo rovnomerne generovať pomocou funkcie *gridureal*. Grafické znázornenie súboru prechodových a frekvenčných charakteristík (*Samples*) pre definovanú variabilitu parametrov prenosových funkcií a znázornenie nominálnych priebehov (*Nominal*) v Zóne č.1 je na obr. 3.1 – 3.2. Zo získaného súboru prechodových a frekvenčných charakteristík vidieť, že variabilita zosilnenia K vplyva na hodnotu prechodovej charakteristiky v ustálenom stave a variabilita časových konštánt Tp1, Tp2 v menovateli prenosovej funkcie ovplyvňuje dynamiku prechodovej charakteristiky.



Obr. 3.a) neurčitosť Tp1, Tp2



Obr. 3.b) neurčitosť K

## 4 Oblasti neurčitosti identifikovaných prenosových funkcií

V predošlej kapitole boli pre zónu formy analyzované časové priebehy koeficientov rozložených prechodových charakteristík a časové priebehy sústredených prechodových charakteristík  $\{Y_i(\bar{x}_i, k)\}_{i=1,5}$  lokalizovaných v okolí pôsobísk sústredených vstupných veličín. Rozdiel v dynamike koeficientov a sústredených prechodových charakteristík je časovo závislý. Tento rozdiel vytvára v danej zóne oblasť neurčitosti, ktorú je možné pokryť variabilitou parametrov identifikovanej nominálnej prenosovej funkcie, uvedenej v tab. 1.

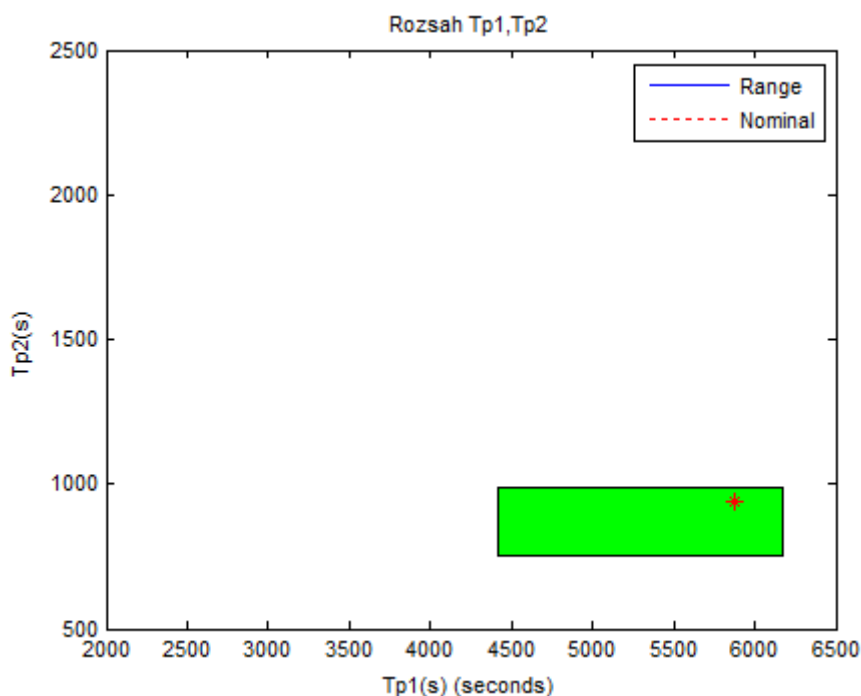
Analýza vplyvu variability nominálnych parametrov prenosových funkcií na správanie sa systému v časovej a frekvenčnej oblasti bola popísaná v predošlej kapitole. Zo získaného súboru prechodových a frekvenčných charakteristík vidieť, že dominantný vplyv na dynamiku prechodovej

charakteristiky má variabilita časových konštánt  $Tp1$ ,  $Tp2$  v menovateli prenosovej funkcie. Vzniknutú oblasť neurčitosti je preto účelné pokryť variabilitou práve týchto parametrov. Určenie vhodného rozsahu (*Range*), alebo [%] zmeny (*Percentage*) nominálnych hodnôt (*NominalValue*) časových konštánt  $Tp1$ ,  $Tp2$  identifikovaných prenosových funkcií je riešené v prostredí Matlab v programe Robust Control Toolboxu pomocou funkcie *ureal*.

Výsledky pre zónu č.1 získané pomocou funkcie *get* sú prehľadne uvedené v tab. 1 s uvedením nominálnej hodnoty, rozsahu zmien, odchýlky od nominálnej hodnoty a percentuálnej zmeny nominálnej hodnoty. Na obr. 4 je grafické znázornenie oblasti, ktorá je vytvorená rozsahom zmien parametrov  $Tp1$ ,  $Tp2$ , (*Ranges*), pričom vo vnútri tejto oblasti je vyznačený bod zodpovedajúci nominálnym hodnotám parametrov  $Tp1$ ,  $Tp2$ , (*Nominal*).

Tab. 1 Rozsah zmien časových konštánt menovateľa prenosovej funkcie v zóne č.1

Zóna		
1	Name: 'Tp1' NominalValue: 5.8817e+003 Mode: 'Range' Range: [4.4113e+003 6.1758e+003] PlusMinus: [-1.4704e+003 294.0842] Percentage: [-25 5.0000] AutoSimplify: 'basic'	Name: 'Tp2' NominalValue: 939.6607 Mode: 'Range' Range: [751.7286 986.6438] PlusMinus: [-187.9321 46.9830] Percentage: [-20.0000 5.0000] AutoSimplify: 'basic'

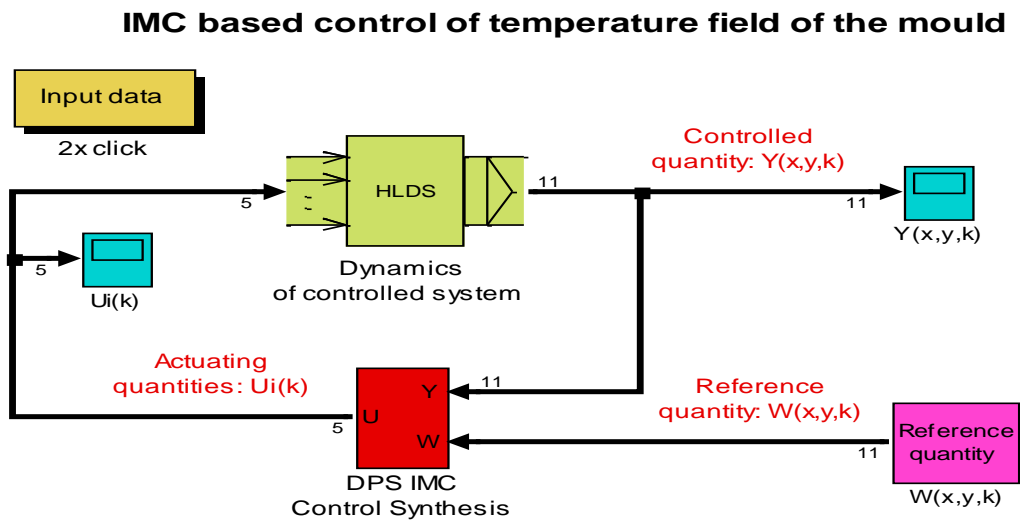


Obr. 4: Oblasť vymedzená rozsahom zmien parametrov  $Tp1$ ,  $Tp2$

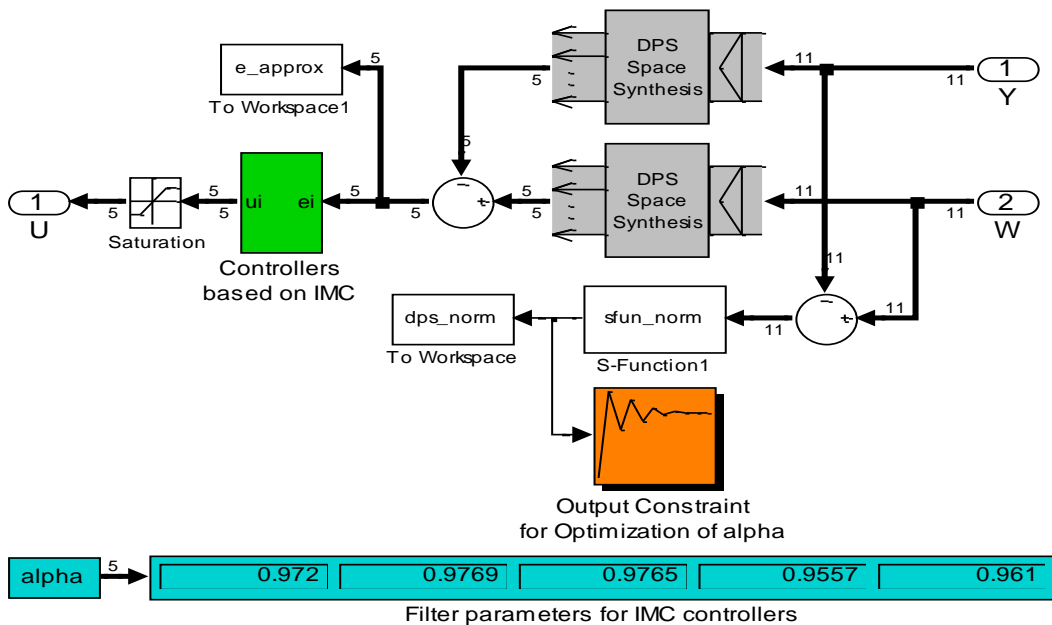
## 5 RIADENIE TEPLOTNÉHO POĽA FORMY IMC REGULÁTORMI

Pre zónový ohrev zlievarenskej formy ako SRP bol v softvérovom prostredí Matlab-Simulink s využitím ponuky blokov DPS Blockset zostavený spätnoväzbový obvod riadenia s 5 časovo-diskrétnymi robustnými regulátormi  $\{R_i^*(z)\}_{i=1,5}$ , obr. 5.a).

Výsledkom riešenia aproximačných úloh pre 5 obvodov riadenia SRP sú koeficienty aproximácie rozloženej riadenej a rozloženej riadiacej veličiny  $\{\tilde{Y}_i(k)\}_{i=1,5}$ ,  $\{\tilde{W}_i(k)\}_{i=1,5}$ , ktorých rozdiel  $\tilde{E}_i(k) = \tilde{W}_i(k) - \tilde{Y}_i(k)$  vstupuje do bloku časovej zložky syntézy riadenia Controllers based on IMC ako regulačná odchýlka



Obr. 5.a) Bloková schéma na simuláciu riadenia teplotného poľa formy s IMC regulátormi



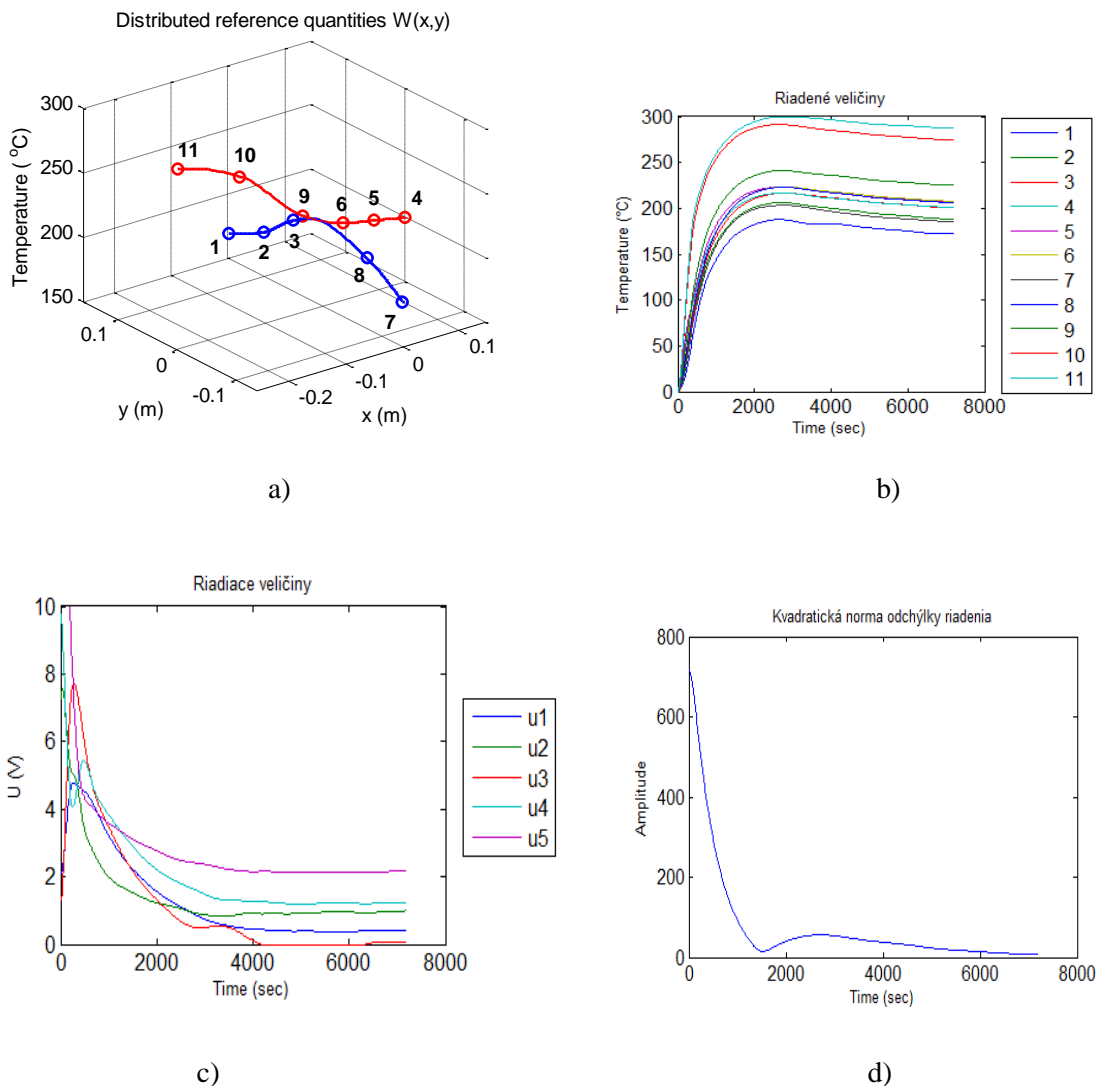
b) Vnútna štruktúra bloku riadenia na báze IMC

Časový priebeh kvadratickej normy odchýlky riadenia  $\|E(\bar{x}, k)\|$  je úhrnným ukazovateľom kvality riadenia nielen v priestorovej závislosti  $\bar{x}$ , ale aj v časovej závislosti  $k$ , čo možno využiť na formuláciu kriteriálnej funkcie pre účely optimalizácie parametrov regulátorov pre riadenie SRP, napr. ako súčet hodnôt kvadratickej normy odchýlky riadenia pre  $N$  krokov riadenia v tvare .

$$J = \min_{\alpha_i} \sum_{k=0}^N \|W(\bar{x}, k) - Y(\bar{x}, k)\| \quad (5.0)$$

Optimalizácia parametrov  $\{\alpha_i\}_{i=1,5}$  v zmysle uvedenej kriteriálnej funkcie bola riešená v bloku Output Constraint for Optimization of alpha.

Výsledky simulácie riadenia, Obr.6.:



a) rozložená riadiaca veličina  $W$ , b) riadené veličiny v bodoch 1-11, c) riadiace veličiny v zónach 1-5, d) kvadratická norma odchýlky riadenia



## Záver

Článok sa venoval návrhu robustných regulátorov pre robustné riadenie teplotného poľa formy ako systému s rozloženými parametrami. Ďalej sme sa zaoberali návrhom robustného riadenia na základe IMC štruktúry obvodu riadenia. Zo získaného súboru prechodových a frekvenčných charakteristík vidieť, že variabilita zosilnenia  $K$  vplyva na hodnotu prechodovej charakteristiky v ustálenom stave a variabilita časových konštánt  $T_{p1}$ ,  $T_{p2}$  v menovateli prenosovej funkcie ovplyvňuje dynamiku prechodovej charakteristiky. Na riešenie uvedenej problematiky bolo použitie softvérového prostredia Matlab so špecializovanou knižnicou z oblasti robustnosti Robust Control Toolbox. Prezentovaná metodika robustného riadenia SRP na báze SSR umožňuje zohľadniť neurčitosti dynamických modelov v priestorovej a časovej zložke. Časový priebeh rozloženej riadenej veličiny možno ovplyvňovať pomocou nastaviteľného parametra filtra  $\alpha_i$  robustného regulátora a tým dosiahnuť požadovanú kvalitu riadenia. Veľkou výhodou návrhu riadenia SRP na základe IMC princípu je skutočnosť, že jediným ladiacim parametrom regulátorov je parameter filtra, ktorý je možné optimalizovať pomocou dostupných softvérových produktov, vrátane prostredia Matlab.

## PodĎakovanie

Článok bol pripravený pri grantovej podpore VEGA projektu „Riadenie dynamických systémov reprezentované numerickou štruktúrou systému s rozloženými parametrami“ (grant 1/0138/11) a APVV projektu „High-tech riešenia pre technologické procesy a mechatronické komponenty, v riadiacich systémoch s rozloženými parametrami“ (APVV-0131-10).

## Referencie

- [1] VILANOVA, Ramon: IMC based robust PID design: Tuning guidelines and automatic tuning. In: *Journal of Process Control*, No 18 (2008)
- [2] WANG, Qing, Guo et al.: Single-loop controller design via IMC principles. In: *Automatica* 37 (2001)
- [3] Bhattacharyya S.P., Chapellat H and Keel L.H.: Robust Control. The parametric Approach. Prentice Hall, 1995
- [4] Murrari, M., Zafiriou, E.: Robust Processes Control, New Jersey, Prentice Hall, 1989
- [5] Robust Control Toolbox : User's Guide, [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com), 2013

---

Ing. Filip Vitáloš, Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky, Strojnícka  
Fakulta, Slovenská Technická Univerzita, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1,  
e-mail: filip.vitalos@stuba.sk

Prof. Ing. Cyril Belavý, CSc., Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky, Strojnícka  
Fakulta, Slovenská Technická Univerzita, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1,  
e-mail: cyril.belavy@stuba.sk