

Počítačová simulace interferenčních jevů s použitím MATLABU

Antonín Mikš, Jiří Novák

katedra fyziky, Fakulta stavební ČVUT Praha

1. Úvod

Interferenční jevy hrají důležitou úlohu v oblasti vědy a techniky. Jejich význam vzrostl zejména po objevení laseru, který představuje koherentní zdroj světla, nutný pro vznik interferenčního pole. Vzhledem k velmi velké koherentní délce laserového záření, která je v rozsahu několika metrů až stovek metrů a více je možno měřit velmi velké dráhové rozdíly, což s klasickými zdroji světla o koherentní délce od několika milimetrů do desítek centimetrů nebylo možné. Při návrzích kontrolních a měřících systémů využívajících interferenci světla je nezbytně nutné provést simulaci měřícího nebo kontrolního procesu na počítači, což umožní jeho optimalizaci. Jako vhodný prostředek pro tuto počítačovou simulaci se jeví systém MATLAB, který obsahuje celou řadu vhodných prostředků pro simulaci a vizualizaci interferenčních jevů. V článku je ukázáno několik případů aplikace MATLABU v oblasti interference.

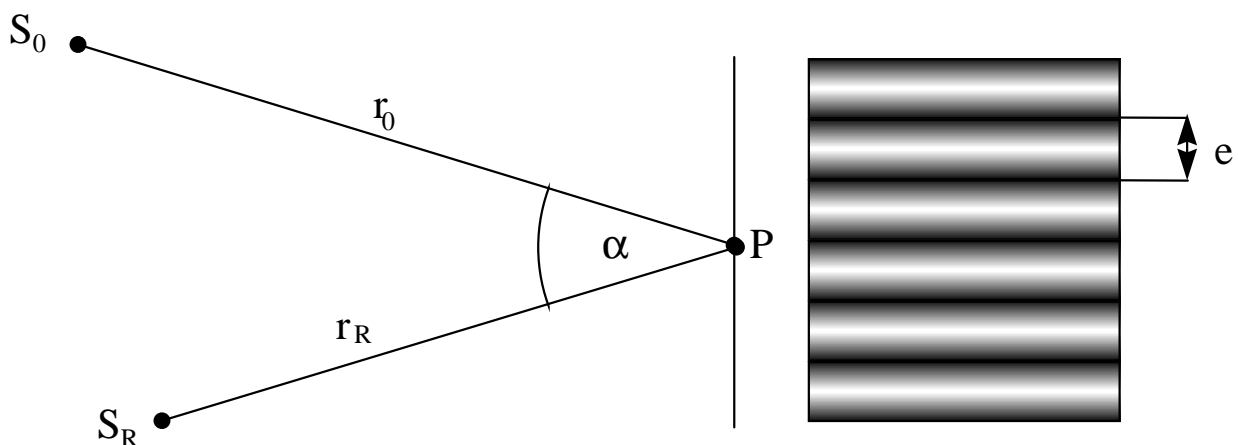
2. Dvousvazková interference světla

Na **obr.1** je ukázáno schéma experimentálního uspořádání pro realizaci dvousvazkové interferometrie. Ze zdrojů S_0 a S_R vychází koherentní vlnová pole, která spolu interferují a na stínítku můžeme pozorovat vzniklé interferenční pole, charakterizované interferenčními proužky. Pro *fázový rozdíl* φ těchto polí v bodě $P(x,y)$ interferenčního pole pak platí

$$\varphi = \varphi_R - \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} r_R + \delta_R - \frac{2\pi}{\lambda} r_0 - \delta_0 = \frac{2\pi}{\lambda} (r_R - r_0) + \delta_R - \delta_0 = \frac{2\pi}{\lambda} W + \delta_R - \delta_0 ,$$

kde λ je vlnová délka záření, W je dráhový rozdíl a δ značí počáteční fáze. Pro *vzdálenost* e dvou sousedních interferenčních proužků pak platí (pro malé úhly α) [1,2,3]

$$e = \lambda/\alpha .$$



Obr.1

Popišme si nyní výše uvedenou situaci v obecném případě. Uvažujme dvě koherentní, lineárně polarizovaná vlnová pole o komplexních amplitudách

$$U_O = A_O e^{i\varphi_O} \quad \text{a} \quad U_R = A_R e^{i\varphi_R}, \quad (2.1)$$

kde U_O je neznámé vlnové pole a U_R je známé referenční vlnové pole, přičemž značí: A_O - amplitudu neznámého pole, A_R - amplitudu referenčního pole, φ_O - fázi neznámého pole a φ_R - fázi referenčního pole. Tato pole spolu necháme interferovat a za předpokladu, že směry polarizace obou polí jsou stejné, bude výsledná intenzita $I(x,y)$ v bodě $P(x,y)$ interferenčního pole dána vztahem ($I \sim A^2$) [1,2,3]

$$I = I_O + I_R + 2\sqrt{I_O I_R} \cos(\varphi_R - \varphi_O) = A + B \cos \varphi. \quad (2.2)$$

Fázový rozdíl φ lze pak určit na základě vyhodnocení interferenčních proužků. *Maxima intenzity* tj. světlé interferenční proužky se budou nacházet v místech, kde bude splněna podmínka

$$\varphi = \pm 2N\pi, \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Minima intenzity tj. tmavé interferenční proužky se budou nacházet v místech, kde bude splněna podmínka

$$\varphi = \pm(2N + 1)\pi, \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots$$

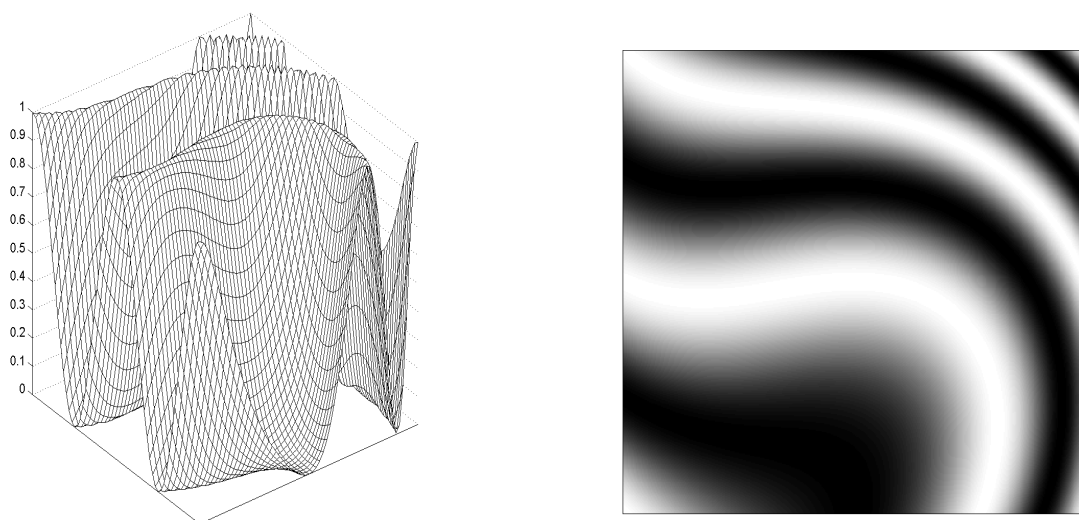
Bude tedy platit

$$I_{\max} = I_O + I_R + 2\sqrt{I_O I_R}, \quad I_{\min} = I_O + I_R - 2\sqrt{I_O I_R}.$$

Pro *kontrast* K interferenčních proužků pak platí

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_O I_R}}{I_O + I_R} = \frac{B}{A}.$$

Jak je z tohoto vztahu patrné, bude kontrast K maximální ($K = 1$) pro $I_O = I_R$ tj. budou-li intenzity obou polí stejné. Na **obr.2** je ukázán vzhled intenzity interferenčního pole v případě interference dvou obecných vlnových polí.



Obr.2

Předpokládejme nyní, že fázový rozdíl φ můžeme v rovině, v níž vyšetřujeme interferenční pole, popsat funkcí

$$\varphi = \varphi(x, y).$$

Diferenciací tohoto vztahu dostáváme

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y} dy. \quad (2.3)$$

Zvolme si nyní libovolný interferenční proužek a pohybujme se po něm. Protože interferenční proužek se vyznačuje tím, že fázový rozdíl φ je na něm konstantní, tj. platí $\varphi = \varphi(x, y) = C$, kde C je konstanta, dostáváme ze vztahu (2.3)

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y} dy = 0$$

a tedy

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial\varphi}{\partial x}}{\frac{\partial\varphi}{\partial y}}. \quad (2.4)$$

Tento vztah nám udává směrnici tečny v libovolném místě interferenčního proužku. Známe-li tedy směr proužků v libovolném bodě interferenčního pole, pak také známe tvar proužků. Abychom určili vzdálenost dvou sousedních interferenčních proužků, vypočteme si změnu fázového rozdílu ve směru normály n k interferenčnímu proužku, platí

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial n} ds = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2} ds,$$

kde ds je vzdálenost ve směru normály k interferenčnímu proužku vedoucí ke změně fázového rozdílu o hodnotu $d\varphi$. Protože se fázový rozdíl $d\varphi$ dvou sousedních interferenčních proužků liší o hodnotu $d\varphi = 2\pi$, potom je vzdálenost ds rovna vzdálenosti e interferenčních proužků tj. $ds = e$ a z předcházejícího vztahu dostáváme

$$d\varphi = e \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2} = 2\pi$$

a tedy

$$e = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2}}. \quad (2.5)$$

Označíme-li $W(x, y)$ jako *dráhový rozdíl* interferujících polí v bodě (x, y) interferenčního pole, potom platí

$$\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} W(x, y) + \delta.$$

Dosazením do předcházejícího vztahu dostáváme

$$e = \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2}}, \quad (2.6)$$

což je vyjádření vzdálenosti interferenčních proužků v závislosti na dráhovém rozdílu W .

3. Vizualizace interferenčních jevů pomocí MATLABU

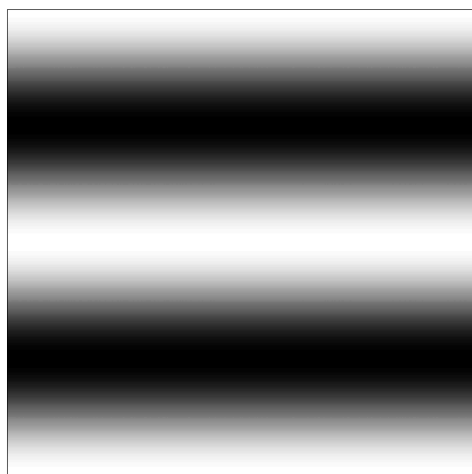
Vyjádříme-li dráhový rozdíl např. následujícím vztahem

$$W = W_{1x} r \cos \varphi + W_{1y} r \sin \varphi + W_{20} r^2 + W_{40} r^4 + W_{60} r^6 + \\ + W_{31} r^3 \cos \varphi + W_{51} r^5 \cos \varphi + W_{22} r^2 \cos 2\varphi$$

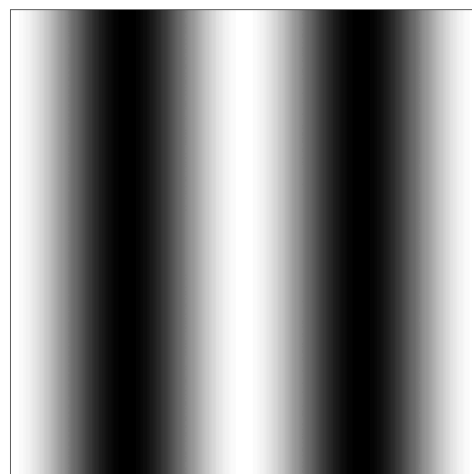
kde r a φ jsou polární souřadnice v rovině interferenčního pole, potom můžeme pomocí výše uvedených vztahů zobrazit interferenční pole charakterizované soustavou interferenčních proužků. V další části si pro názornost uvedeme několik příkladů dvousvazkové interference.

3.1. Interference dvou rovinných vln

Prvním příkladem je interference dvou rovinných vln. Jestliže jsou tyto vlny vzhledem k sobě fázově posunuty, potom v rovině sledování interferenčního pole budeme pozorovat vzájemně rovnoběžné interferenční proužky s určitým sklonem. Na **obr.3** a **obr.4** je ukázáno několik možných případů vzhledu interferenčního obrazce při interferenci dvou rovinných vln.

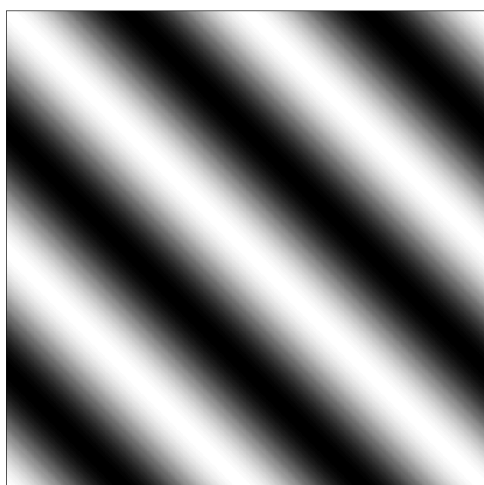


W1x=1 W1y=0 W20=0 W40=0 W60=0 W31=0 W51=0 W22=0

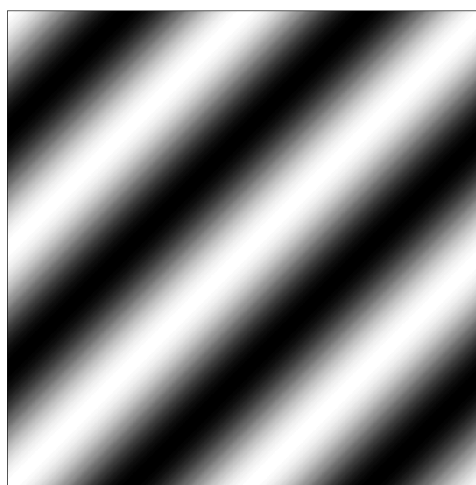


W1x=0 W1y=1 W20=0 W40=0 W60=0 W31=0 W51=0 W22=0

Obr.3



W1x=1 W1y=1 W20=0 W40=0 W60=0 W31=0 W51=0 W22=0

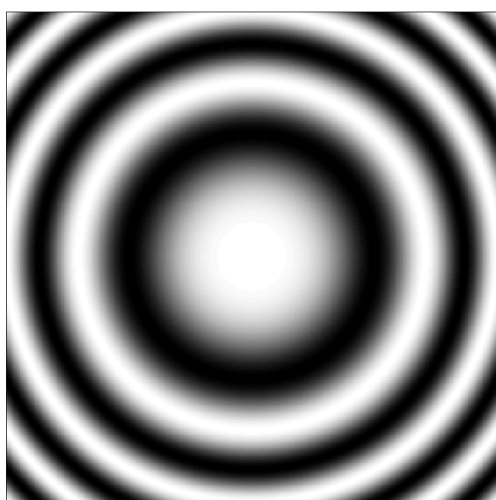


W1x=-1 W1y=1 W20=0 W40=0 W60=0 W31=0 W51=0 W22=0

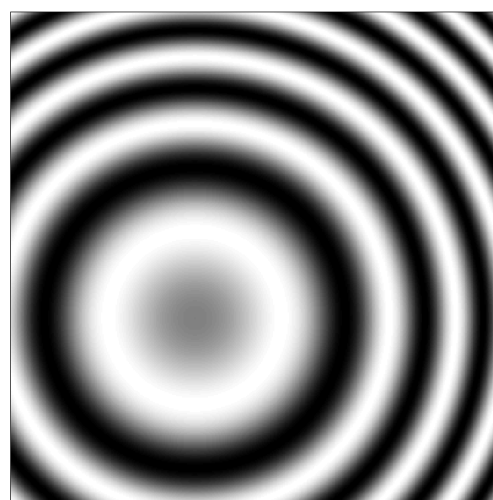
Obr.4

3.2. Interference dvou sférických vln

Další ukázkou je interference dvou sférických vln. Jestliže jsou tyto vlny vzhledem k sobě fázově posunuty, potom v rovině sledování interferenčního pole budeme pozorovat interferenční proužky tvaru soustředných kružnic. Na **obr.5** je znázorněn možný vzhled interferenčního obrazce při interferenci dvou sférických vln.



W1x=0 W1y=0 W20=2 W40=0 W60=0 W31=0 W51=0 W22=0

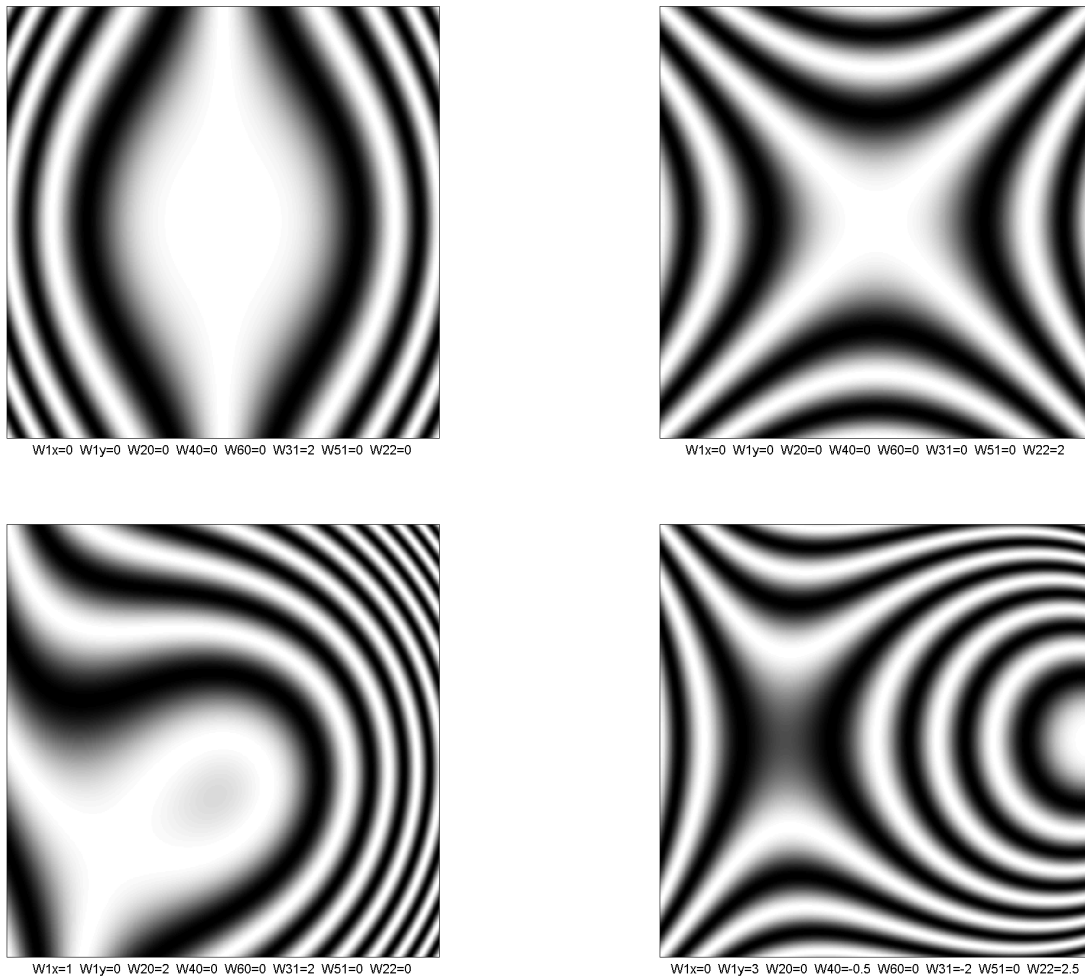


W1x=1 W1y=1 W20=2 W40=0 W60=0 W31=0 W51=0 W22=0

Obr.5

3.3. Interference dvou obecných vln

Interferují-li spolu dvě obecné vlnoplochy, potom můžeme pozorovat obecnou interferenční strukturu. Na **obr.6** je znázorněno několik interferenčních obrazců odpovídajících interferenci dvou obecných vln. Takovéto interferogramy můžeme pozorovat např. při kontrole tvarových odchylek ploch optických prvků (čočky, zrcadla) v interferometru. Vizualním či automatickým vyhodnocováním těchto interferogramů lze potom získat informace o přesnosti a vadách testovaných optických prvků.



Obr.6

4. Závěr

Byla uvedena podrobná teorie interference dvou vlnových polí a analýza interferenčního pole charakterizovaného interferenčními proužky. Teoretická analýza interferenčního pole pak byla názorně demonstrována na několika případech dvousvazkové interference různých typů vln a to dvou rovinných vln, sférických vln a obecných vln a to pomocí systému MATLAB. Jak je z předložených ukávek patrné, je možno tímto způsobem též demonstrovat interferenční jevy při výuce fyziky a optiky na středních a vysokých školách.

Článek byl vypracován v rámci výzkumného projektu CEZ J04/98:210000022 a za podpory Nadace ČVUT Stanislava Hanzla.

Literatura

- [1] M.Francon, Optical Interferometry, Academic Press, N.Y. 1966.
- [2] A.Mikš, Aplikovaná optika 10, Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.
- [3] J.Fuka, B.Havelka, Optika, SPN, Praha 1961.

Doc.RNDr. Antonín Mikš, CSc., ČVUT v Praze, Fakulta stavební, Katedra fyziky, Thákurova 7, 166 36 Praha 6 – Dejvice, tel: +42 02 2435 4948, e-mail: miks@fsv.cvut.cz

Ing.Jiří Novák, ČVUT v Praze, Fakulta stavební, Katedra fyziky, Thákurova 7, 166 36 Praha 6 – Dejvice, tel: +42 02 2435 4435, e-mail: novakji@fsv.cvut.cz