

ANALÝZA PLANETOVÝCH SOUKOLÍ POMOCÍ VÝPOČETNÍHO SYSTÉMU MATLAB

Gabriela Achtenová
České Vysoké Učení Technické v Praze, fakulta strojní

Shrnutí

Príspevek se zabývá analýzou složených planetových soukolí pomocí počítače. První část se věnuje popisu maticové metody, kterou je analýza řešena, druhá část představí program vytvořený v prostředí Matlab, při využití nástroje pro vytváření uživatelský menu – Guide.

Úvod

Obliba samočinných převodovek stoupá i v „konzervativní“ Evropě, která si jen pomalu odvyká na mechanické převodovky s ručním řazením. Nejpoužívanějším mechanismem klasických samočinných převodovek (změna převodového poměru se děje bez přerušení toku výkonu) je složené planetové soukolí. Jednotlivé převodové stupně se řadí zpravidla pomocí vícelamelových brzd nebo spojek.

Složené planetové soukolí (SPS) je takové soukolí, které se skládá z několika jednoduchých planetových soukolí (JPS) s jedním unašečem. Analýza složených i jednoduchých soukolí je známá, zpravidla se ovšem používá analytických těžko algoritmizovatelných metod. V [1] byla představena obecná maticová metoda řešení složených planetových soukolí z několika JPS typu $2k+r$ (soukolí se dvěma centrálními koly – planeta, koruna – a jedním unašečem). Ve [2] byla tato metoda dále rozpracována, a ve [3] rozšířena na výpočet složených i jednoduchých planetových soukolí při použití typu jednoduchého planetového soukolí $3k$ (soukolí se třemi centrálními koly a jedním unašečem). Analýza stávajících planetových soukolí pomocí maticové metody byla naprogramována pomocí výpočetního systému Matlab. Představený program je určen pro analýzu JPS typu $2k+r$, v přípravě je nová verze pro výpočet všech typů JPS (včetně typu $3k$).

Maticová metoda výpočtu planetových soukolí

Stanovení kinematických parametrů

Všechny známé metody výpočtu kinematiky planetových soukolí vycházejí z Willisových formulek [4]. Zapsáním pohybových rovnic pro jednotlivá JPS tak, že každý řádek j bude odpovídat jednomu soukolí a sloupce x budou odpovídat vnějším členům a vnitřním vazbám, dostaneme soustavu algebraických rovnic (1).

$$\sum_1^j \left(\sum_{x=1}^{j+1} a_{jx} \cdot \omega_x \right) = 0 \quad (1)$$

Vyjádříme-li v rovnicích převodové poměry pomocí tzv. základního převodového poměru i' (převodový poměr jednoduchého planetového soukolí při zastaveném unašeči \rightarrow planetové soukolí se tak změni na soukolí s pevnými osami), zjistíme, že úhlové rychlosti každého typu členu planetového

soukolí přísluší specifický koeficient a_x . V tabulce 1 jsou uvedeny tvary koeficientů pro jednotlivé členy jednoduchého planetového soukolí typu $2k+r$.

Koeficient	Planeta	Unašeč	Koruna	není v mechanismu
a_x	1	$i^f - 1$	$-i^f$	0

tabulka 1: Kinematické koeficienty platné pro soukolí $2k+r$

Koeficienty a_x v soustavě rovnic (1) vytvoří matici kinematických koeficientů A , která bude mít j řádků a $j+1$ sloupců. Budeme-li v soustavě rovnic (1) pracovat s poměrnými úhlovými rychlostmi vztahenými ke vstupnímu hřídeli, pak platí, že poměrná úhlová rychlost vstupu $\varpi_a = 1$, a počet neznámých v rovnicích (1) odpovídá počtu rovnic, respektive počtu řádků j . Ze čtvercové matice A_{jj} můžeme určit determinant soustavy Δ a determinant neznámé Δ_x . Determinant neznámé Δ_x dostaneme prohozením sloupce koeficientů známé úhlové rychlosti vstupu za sloupec hledané neznámé ω_x . Neznámou – poměrné otáčky členu x vypočteme podle vzorce (2).

$$\omega_x = -\frac{\Delta_x}{\Delta} \quad (2)$$

Bude-li neznámá x představovat výstup n , dostaneme hodnotu převodového poměru soukolí i (3).

$$i = -\frac{\Delta}{\Delta_n} \quad (3)$$

Stanovení momentových a energetických parametrů

V analogii se soustavou pohybových rovnic (1) můžeme vyjádřit i momentové poměry soustavou algebraických rovnic (4). S tím rozdílem, že moment je definován smyslem, velikostí a orientací, matice momentových koeficientů B bude větší než matice A . Počet rovnic k bude dán dvojnásobkem počtu soukolí a součtem všech vícetokých vnějších a vnitřních hřídelů. Sloupce z budou odpovídat jednotlivým členům jednoduchých soukolí a vícetokému vnějšímu hřídeli.

$$\sum_{j=1}^k \left(\sum_{z=1}^{k+1} b_{jz} \cdot M_z \right) = 0 \quad (4)$$

Koeficienty momentových parametrů jsou vyjádřeny v tabulce 2. Pro určení energetických poměrů v soukolí je zahrnuta i účinnost dílčích soukolí při zastaveném unašeči η^f . Exponent účinnosti u může nabývat hodnot $u = \{ 0; +1; -1 \}$. Při nulovém exponentu jsou počítány momentové poměry bez uvažování ztrát. Při uvažování mechanických ztrát záběrem ozubení záleží výběr hodnoty exponentu ± 1 na smyslu toku výkonu v daném soukolí.

Koeficient	Planeta	Unašeč	Koruna
$b_{j,x}$	$1 - i^f (\eta^f)^{\pm 1}$	1	0
$b_{j+1,x}$	$i^f (\eta^f)^{\pm 1}$	0	1

tabulka 2: Momentové koeficienty platné pro soukolí $2k+r$

Se zavedením poměrných momentů (opět například vztažených na vstup) do soustavy rovnic (4) o k neznámých, budeme moci vyjádřit matici momentových koeficientů B o k řádcích a $k+1$ sloupcích. Z matice B analogicky vyjádříme determinant soustavy Δ a náhradou sloupce vstupu ($\overline{M}_a = 1$) za sloupec neznámé, je možné určit determinant neznámé Δ_z . Poměrný moment neznámé z vztažený na vstup vypočteme podle vzorce (5).

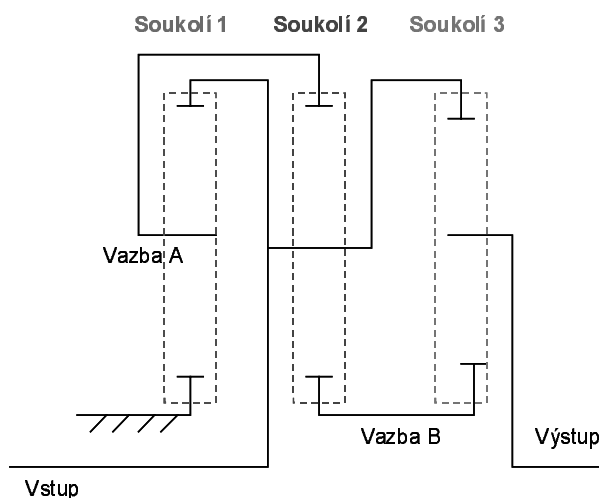
$$\overline{M}_z = -\frac{\Delta_z}{\Delta} \quad (5)$$

Bude-li sloupec neznámé z odpovídat výstupnímu hřídeli n , bude výsledkem poměrný moment na výstupu, nebo-li momentová násobnost složeného planetového soukolí m . Celkovou účinnost je vyjádřena jako poměr momentové násobnosti a celkového převodu (6).

$$\eta = -\frac{m}{i} \quad (6)$$

Příklad sestavení matic kinematických a momentových koeficientů

Jako příklad sestavení matice kinematických a momentových poměrů uvedeme zapojení V. rychlostního stupně pětistupňové samočinné převodovky ZF 5 HP 24 z obrázku 1.



obrázek 1: Schéma zapojení převodovky ZF 5 HP 24 při zařazeném V. stupni

Matice kinematických koeficientů A bude mít tvar z tabulky 3. Výrazně orámována je matice soustavy, ze které bude počítán determinant soustavy Δ . Záměnou sloupce vstupu za sloupec jedné ze tří neznámých vznikne matice, respektive determinant neznámé Δ_z .

	Výstup	Vazba A	Vazba B	Vstup
Soukolí 1	0	$i^1 - 1$	0	$-i^1$
Soukolí 2	0	$-i^2$	1	$i^2 - 1$
Soukolí 3	$i^3 - 1$	0	1	$-i^3$

tabulka 3: Matice kinematických koeficientů A .

Matice momentových koeficientů bez uvažování dílčích ztrát je zobrazena v tabulce. Výrazně orámovaná část opět definuje determinant soustavy Δ .

	Soukolí 1			Soukolí 2			Soukolí 3			Σ
	Planeta	Unašeč	Koruna	Planeta	Unašeč	Koruna	Planeta	Unašeč	Koruna	a
Soukolí 1	i^{r1}	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	$1 - i^{r1}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Soukolí 2	0	0	0	i^{r2}	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	$1 - i^{r2}$	1	0	0	0	0	0
Soukolí 3	0	0	0	0	0	0	i^{r3}	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	$1 - i^{r3}$	1	0	0
Vazba A	0	-1	0	0	0	-1	0	0	0	0
Vazba B	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0
$\Sigma = a$	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-1	1

tabulka 4: Tabulka momentových koeficientů B

Použití systému Matlab pro analýzu stávajících planetových soukolí

Program umožňuje výpočet složených (SPS) i jednoduchých (JPS) planetových soukolí $2k+r$. Složená soukolí mohou sestávat nejvíce ze třech JPS. Zadávání probíhá přiřazením typu centrálního členu (planeta, koruna, unašeč) vnějším a vnitřním vazbám soukolí (vstup, výstup, reakční člen, vazbaA, vazbaB), a zadáním dílčích převodových poměrů při zastaveném unašeči.

Po načtení hodnot je program uzavřen ve smyčce, která probíhá dvakrát. První proběh je bez uvažování dílčích účinností.

- Výpočet úhlových rychlostí vnějších členů a vnitřních vazeb.
- Výpočet momentů na všech centrálních členech a unašečích bez uvažování mechanických ztrát soukolí.
- Určení exponentů účinnosti
- Opakování smyčky s upravenými exponenty účinností. Výpočet celkové mechanické statické účinnosti, a momentových poměrů na všech členech s uvažováním ztrát.
- Výpis hodnot.

Podmínkou správného výpočtu je zadání počtu zubů planet (centrálních kol s vnějším ozubením) jako kladných čísel, a zadání počtu zubů korunových kol (centr. kol s vnitřním ozubením) jako záporných čísel. Zadání přesného počtu zubů není důležité, výpočet probíhá na základě zadaných dílčích převodů. Ukázka okna vstupních a výstupních hodnot je na obrázku 2. Zadané a vypočtené hodnoty opět odpovídají zařazenému V. stupni v převodovce ZF 5 HP 24 (schéma viz obrázek 1).

Vypocet SPS

Vypocet soukoli slozeného z jednoho, dvou a trech JPS typu 2k + r

(c) Gabriela Achtenova

Vstupní hodnoty

pocty zubu u kol s vnitrim ozubenim dosazujte jako zaporna, Pr.: -74 (koruna 74 zubu), 25 (planeta 25 zubu)

1. soukoli		2. soukoli		3. soukoli	
Vstup	-1 <input type="checkbox"/> unasec	Vstup	0 <input checked="" type="checkbox"/> unasec	Vstup	-1 <input type="checkbox"/> unasec
Vystup	0 <input type="checkbox"/> unasec	Vystup	0 <input type="checkbox"/> unasec	Vystup	0 <input checked="" type="checkbox"/> unasec
Zastaveny clen	1 <input type="checkbox"/> unasec	Zastaveny clen	0 <input type="checkbox"/> unasec	Zastaveny clen	0 <input type="checkbox"/> unasec
Vazba A	0 <input checked="" type="checkbox"/> unasec	Vazba A	-1 <input type="checkbox"/> unasec	Vazba A	0 <input type="checkbox"/> unasec
Vazba B	0 <input type="checkbox"/> unasec	Vazba B	1 <input type="checkbox"/> unasec	Vazba B	1 <input type="checkbox"/> unasec
Zakladni prevod	-2,6	Zakladni prevod	-3,1818	Zakladni prevod	-2,5714
Ucinnost	0,97	Ucinnost	0,97	Ucinnost	0,97

1 Moment na vstupu 1 uhlova rychlost na vstupu

Vypocet Nové zadání Konec

Výstupní hodnoty

Prevod	Uhlova rychlost na vystupu	Moment vystupni clen	Momenty clenu 1. soukoli	Momenty clenu 2. soukoli	Momenty clenu 3. soukoli
0.80161	1.24748	-0.78955	-0.21044 "planeta"	-0.22595 "planeta"	0.225958 "planeta"
Ucinnost	0.722222	Moment reakcni clen	0.741188 unasec	0.967146 unasec	-0.78955 unasec
0.98495	1.88383	-0.21044	-0.53074 "koruna"	-0.74118 "koruna"	0.563597 "koruna"

Chybove hlaseeni:

obrázek 2: Okno vstupních a výstupních hodnot programu pro analýzu stávajících planetových mechanismů
Závěr

Pro zpracování analýzy planetových mechanismů byl vybrán program Matlab, zejména pro jeho jednoduchost a účinnost při práci s maticemi. Tyto výhody Matlabu jsou dále zejména využity při syntéze SPS (návrhu mechanismu při známých kinematických parametrech), kde pracujeme s maticemi řádově většími. Na vývoji syntézy se nyní pracuje na pracovišti autora.

Poděkování

Tato práce byla vypracována za podpory Výzkumného centra Josefa Božka LN00B073.

Literatura

- [1] Šalamoun Č., Analysis of nested planetary gears, In: Acta polytechnica, ČVUT, Praha 1973 (in czech)
- [2] Svoboda J., Matrix method of calculation of kinematic and momentary parameters of planetary gear sets, ČVUT Research report, Praha 2001 (in czech)
- [3] Achtenová G., Calculation of planetary Gear Sets with use of matrix method, ČVUT Research report, Praha 2002 (in czech)
- [4] Willis R., Principles of Mechanism, Parker, London, 1847

Kontakt

Gabriela Achtenová, ČVUT, fakulta strojní, Technická 4, 166 07, Praha 6, achtenov@fsid.cvut.cz