

# DYNAMICKÉ VYŠETŘOVÁNÍ MECHANICKÝCH SOUSTAV POMOCÍ MATLABU

Radek Havlíček, Jiří Vondřich

ČVUT Praha, Fakulta elektrotechnická, Katedra mechaniky a materiálů

Technická 2, 166 27 Praha 6

## Úvod

Posouzení dynamického chování mechanické soustavy, tj. např. strojního zařízení, mechanismu apod. je vhodné při jeho návrhu, rekonstrukci, změně zatížení, popřípadě změně provozních podmínek. Vytvoříme-li náhradní model mechanické soustavy a sestavíme-li pohybové rovnice této soustavy je pak možné numerické řešení na počítači. Vhodným nástrojem k numerickému řešení a simulaci provozních podmínek je výpočetní systém Matlab a Simulink. Postup řešení bude ukázán na modelu řemenového převodu.

## Model mechanické soustavy

Model řemenového převodu poháněného asynchronním motorem působícím na kolo  $I$  je znázorněn na Obr.1. Vliv na provozní chování řemenového převodu mají materiál řemene s pružnými a tlumícími vlastnostmi, nevyváženost a uložení řemenového kola  $I$ , hnací a zatěžovací moment  $M_h$ ,  $M_z$  a hmotnostní a rozměrové veličiny.

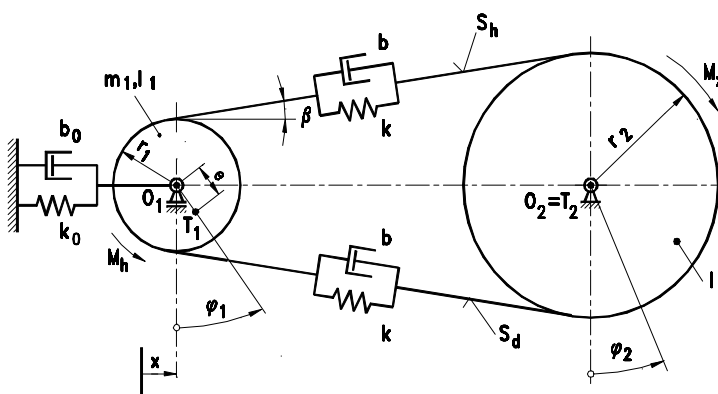
Momentovou charakteristiku asynchronního motoru (Klossova momentová charakteristika) je možné vyjádřit vztahem

$$M_m = 2s_Z s M_0 / (s_Z^2 + s^2), \quad (1)$$

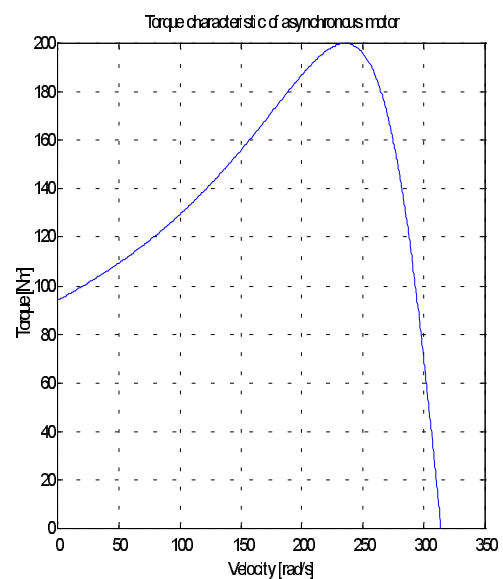
kde  $s = 1 - \omega / \omega_{SYN}$  je skluz vůči synchronní úhlové rychlosti  $\omega_{SYN}$ , a  $s_Z$  je parametr, který udává hodnotu skluzu, při níž nabývá moment maximální hodnoty  $M_0$ . Momentová charakteristika  $M_h$  asynchronního motoru pro  $M_0 = 200 \text{ Nm}$ ,  $s_Z = 0,25$ , a  $\omega_{SYN} = 314,16 \text{ s}^{-1}$  je na Obr.2.

Parametry soustavy jsou

$m_1 = 80 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 40 \text{ kg}$ ,  $I_1 = 0,4 \text{ kgm}^2$ ,  $I_2 = 1 \text{ kgm}^2$ ,  $k_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ ,  $k = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}$ ,  $b = 300 \text{ Nsm}^{-1}$ ,  $b_0 = 800 \text{ Nsm}^{-1}$ ,  $e = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ ,  $l = 0,7 \text{ m}$ ,  $M_0 = 100 \text{ Nm}$ ,  $r_1 = 0,07 \text{ m}$ ,  $r_2 = 0,28 \text{ m}$ ,  $F_p = 5400 \text{ N}$ .



Obr. 1 Model řemenového převodu



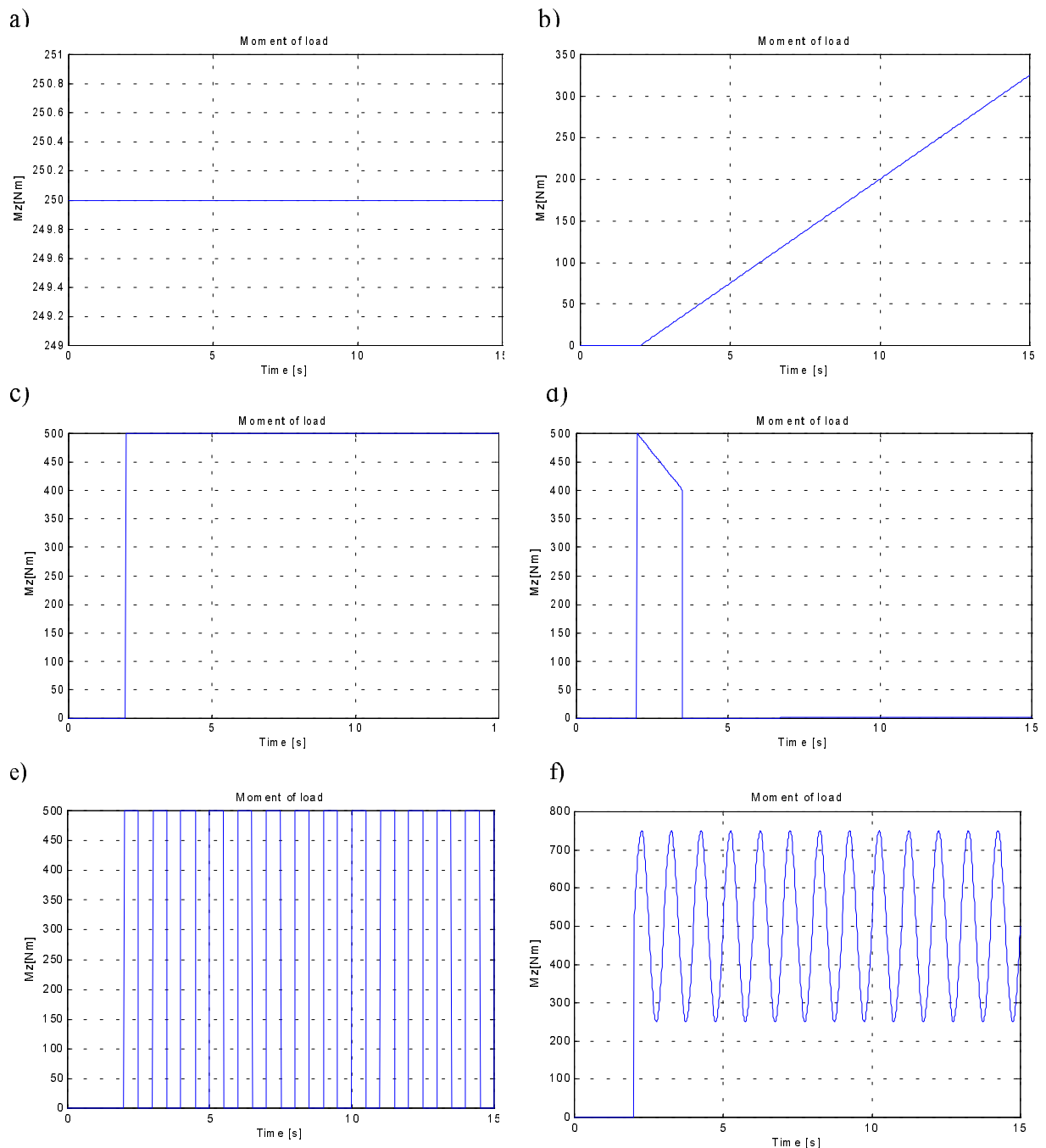
Obr.2 Momentová charakteristika asynchronního motoru

Soustava má 3 stupně volnosti  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $x$ . Pohybové rovnice soustavy v případě neuvažujeme-li skluz řemene jsou

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 + \dot{x} m_1 e \cos \varphi_1 + 2r_1 [k(r_1 \varphi_1 - r_2 \varphi_2) + b(r_1 \dot{\varphi}_1 - r_2 \dot{\varphi}_2)] + m_1 g e \cos \varphi_1 &= M_h, \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - 2r_2 [k(r_1 \varphi_1 - r_2 \varphi_2) + b(r_1 \dot{\varphi}_1 - r_2 \dot{\varphi}_2)] &= -M_z, \\ m_1 \ddot{x} + \ddot{\varphi}_1 m_1 e \cos \varphi_1 - m_1 e \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1 + 2kx \cos^2 \beta + 2b\dot{x} \cos^2 \beta + k_0 x + b_0 \dot{x} + F_p &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

## Simulace

Provozní podmínky budou simulovány různými druhy zatěžovacích momentů znázorněných na Obr.3 a) konstantní zatížení, b) rovnoměrně vzrůstající zatížení, c) jednorázové skokové zatížení, d) impulsní zatížení, e) periodické impulsní zatížení, f) sinusové zatížení.

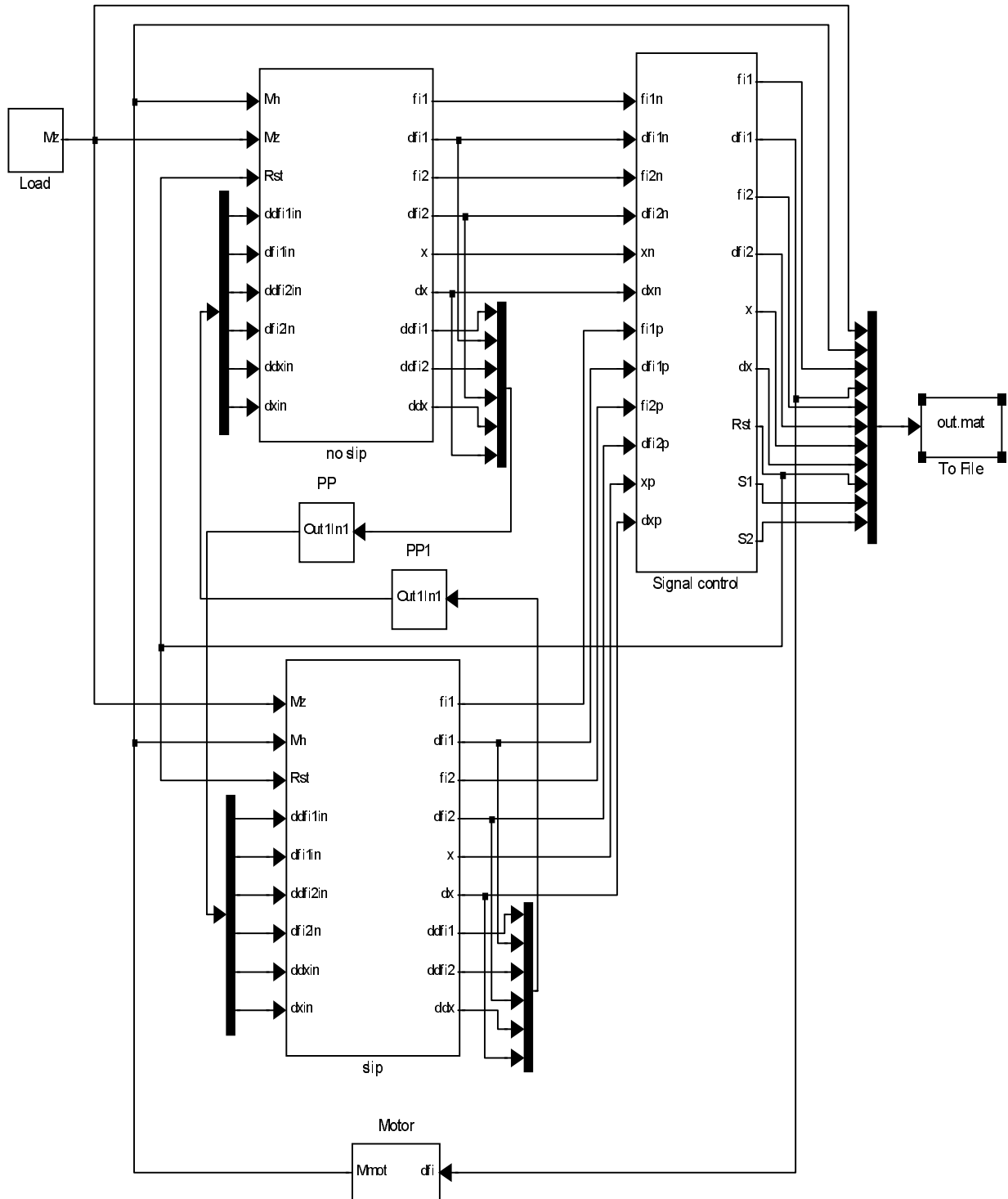


Obr.3 a, b, c, d, e, f Druhy zatížení působící na kolo 2

## Výsledky řešení

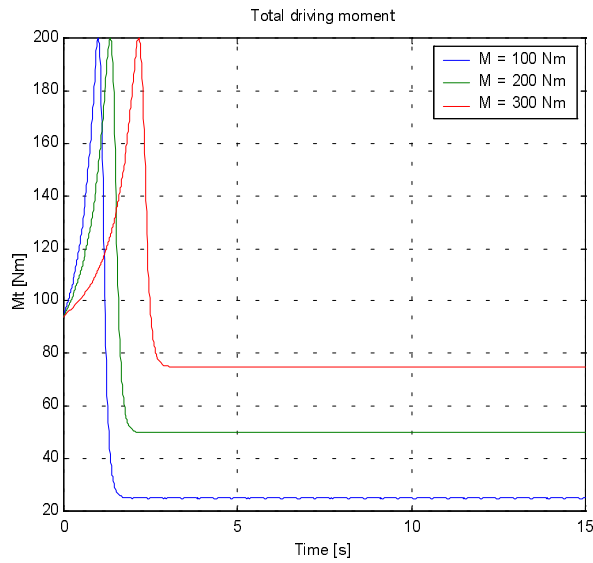
Pro jednotlivé druhy zátěže znázorněné na Obr.3 a, b, c, d, e, f byly vyšetřovány průběhy:

- I) výsledný moment působící na soustavu a respektující moment zátěže (Obr.5aI, 6bI, 7cI, 8dI, 9eI, 10fI),
- II) průběh úhlových rychlostí  $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$  řemenových kol 1, 2 (Obr.5aII, 6bII, 7cII, 8dII, 9eII, 10fII),
- III) posunutí  $x$  středu řemenového kola 1 (Obr.5aIII, 6bIII, 7cIII, 8dIII, 9eIII, 10fIII),
- IV) síly působící v horní a dolní části řemene  $S_h, S_d$  (Obr.5aIV, 6bIV, 7cIV, 8dIV, 9eIV, 10fIV).

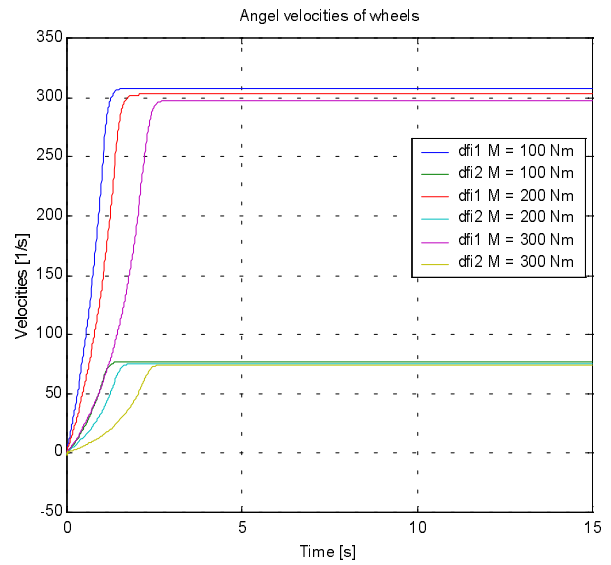


Obr.4 Simulinkové schéma řemenového převodu

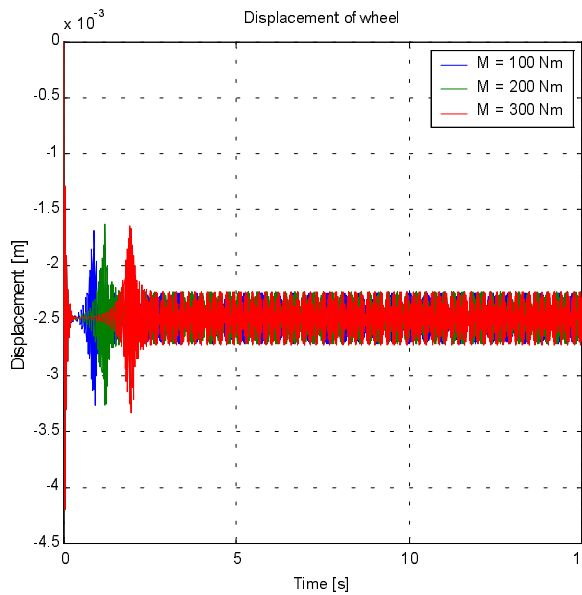
I)



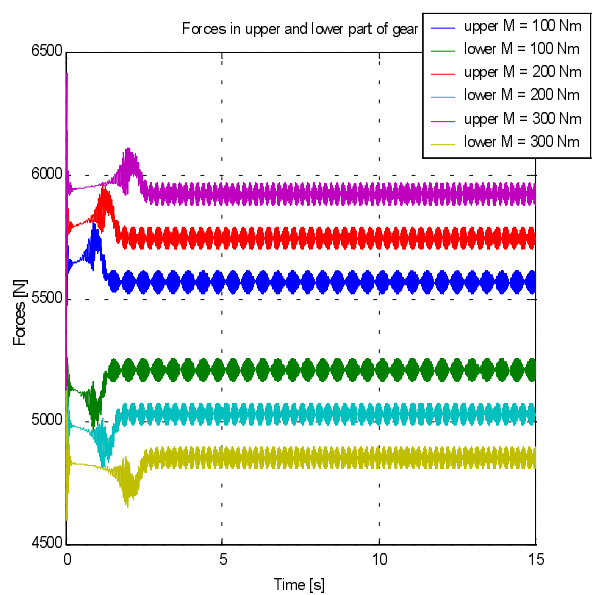
II)



III)

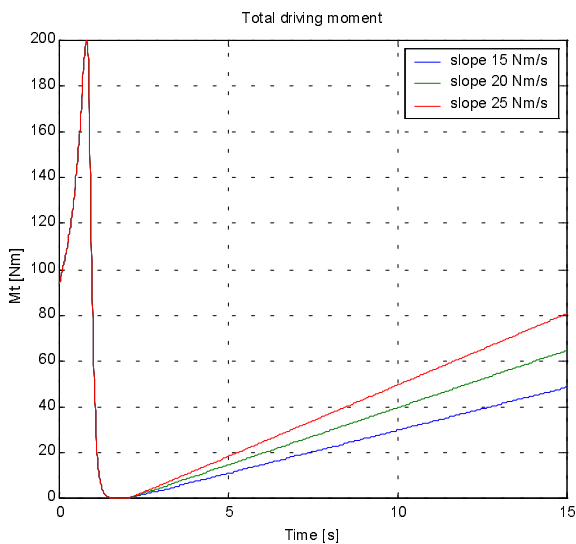


IV)

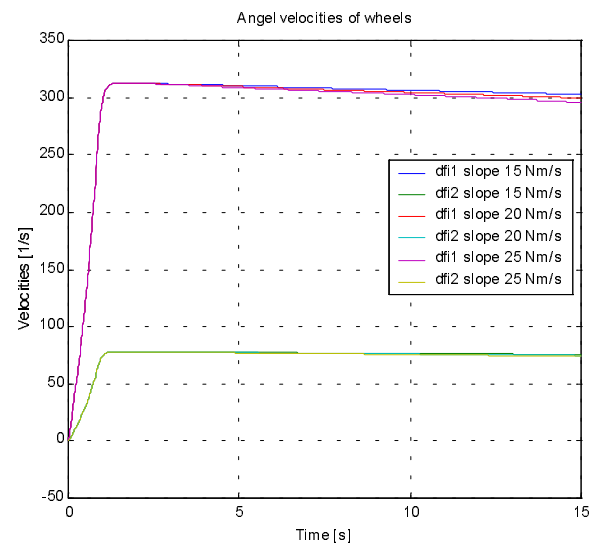


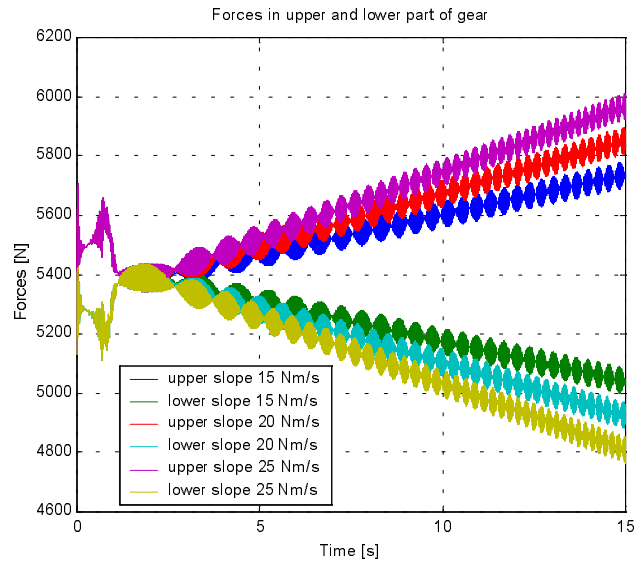
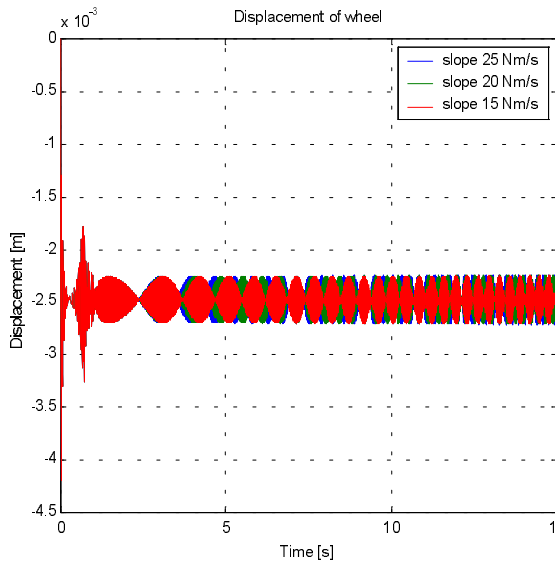
Obr. 5a) řemenový převod namáhaný konstantním momentem působícím na kolo 2

I)



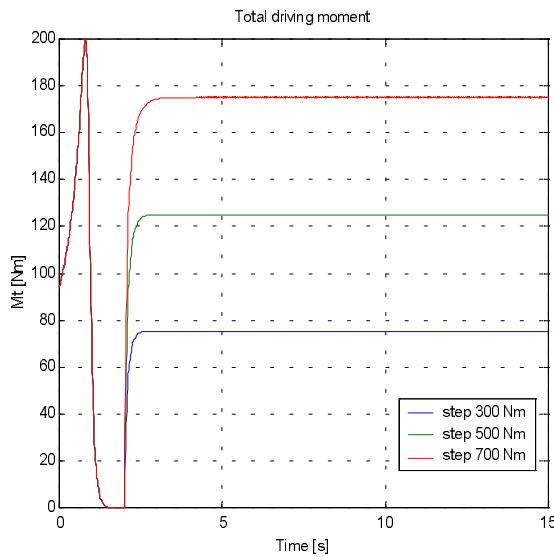
II)



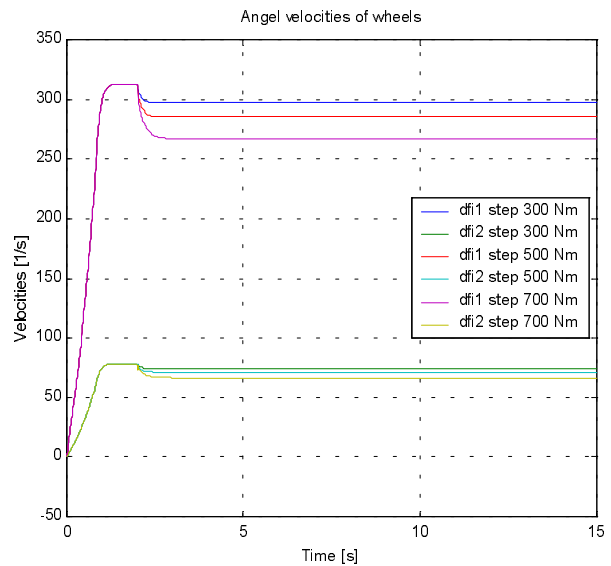


Obr.6b) řemenový převod namáhaný rovnoměrně rostoucím momentem působícím na kolo 2

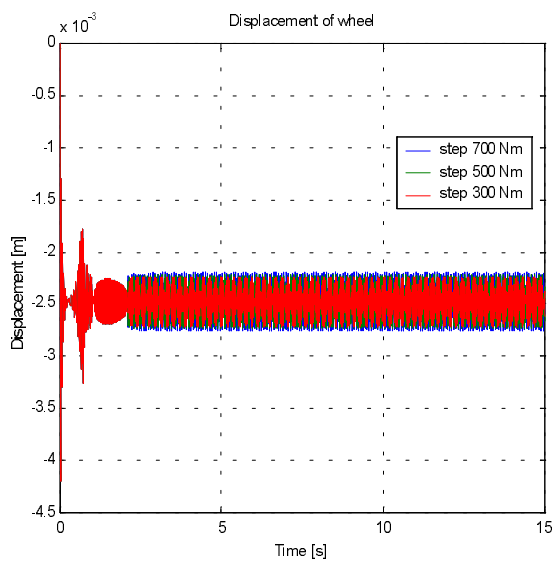
I)



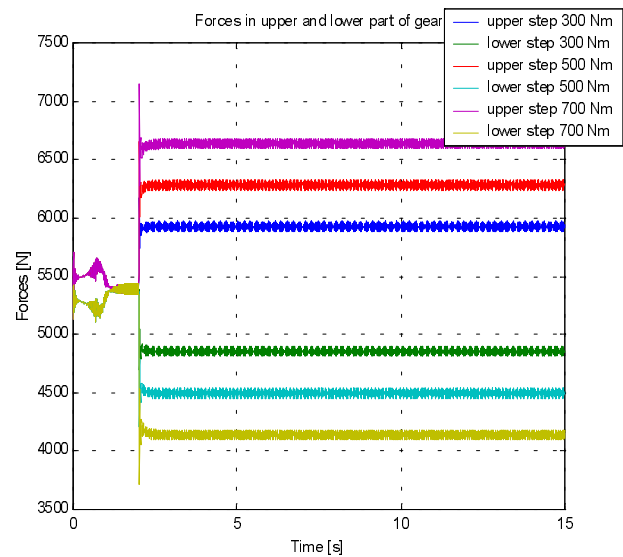
II)



III)

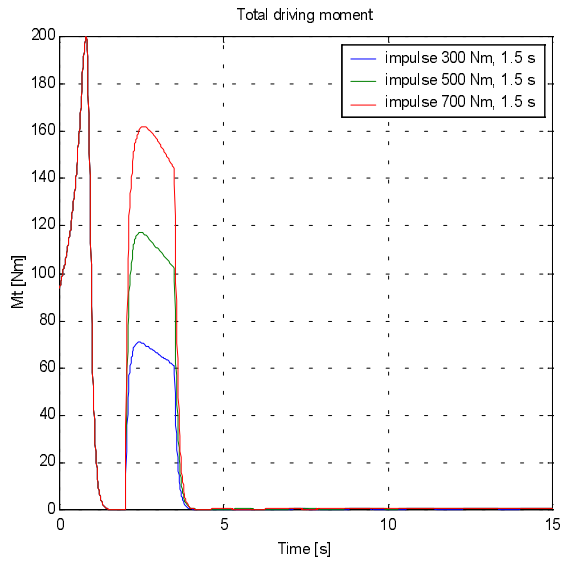


IV)

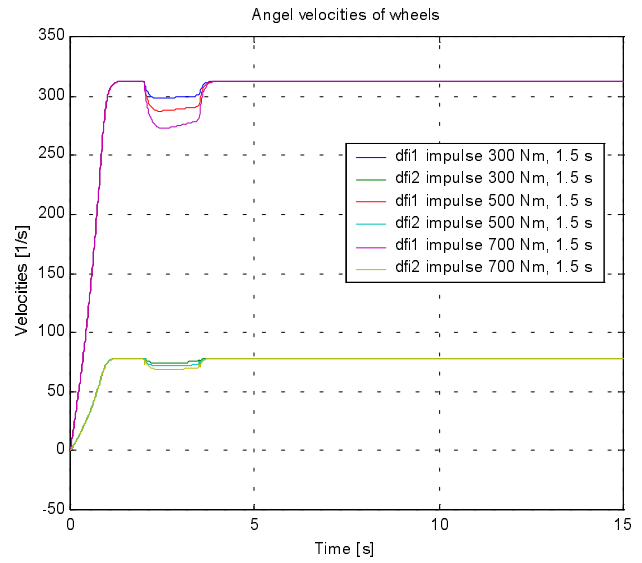


Obr.7c) řemenový převod namáhaný skokově vzrůstajícím momentem působícím na kolo 2

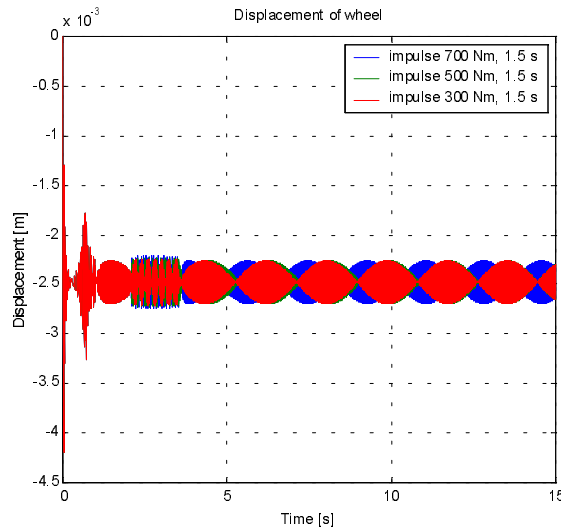
I)



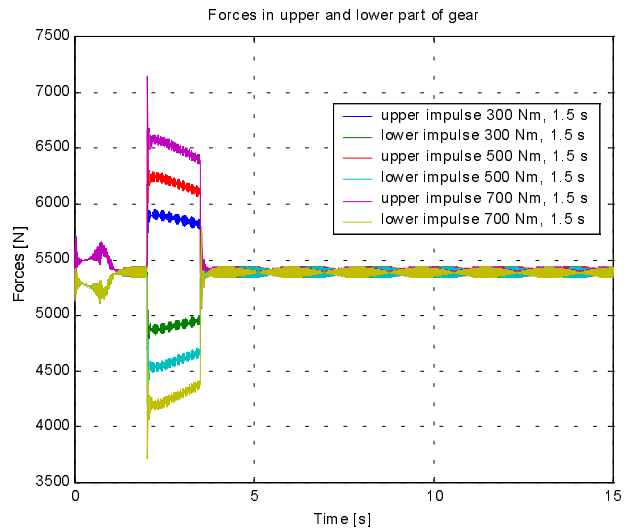
II)



III)

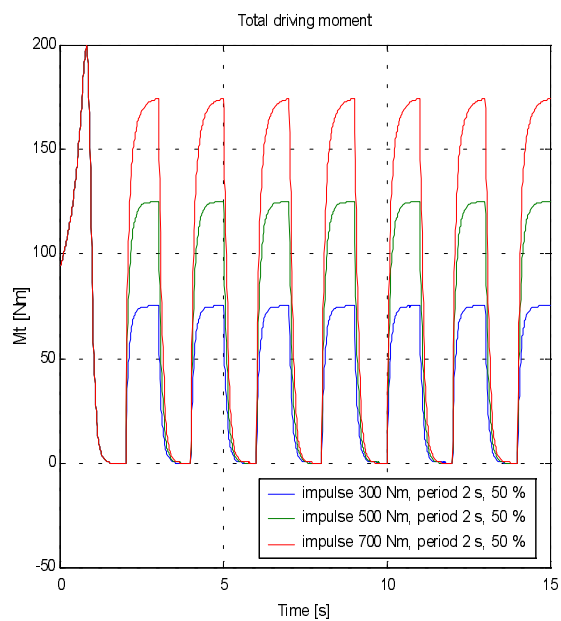


IV)

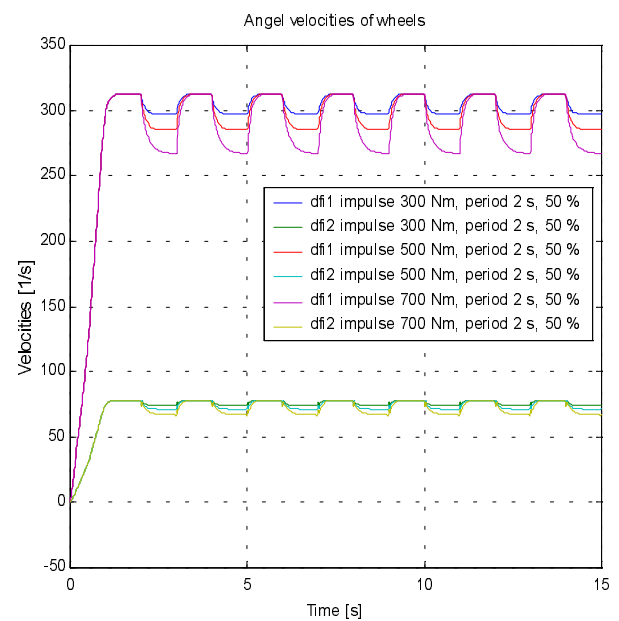


Obr.8d) řemenový převod namáhaný impulsním momentem působícím na kolo 2

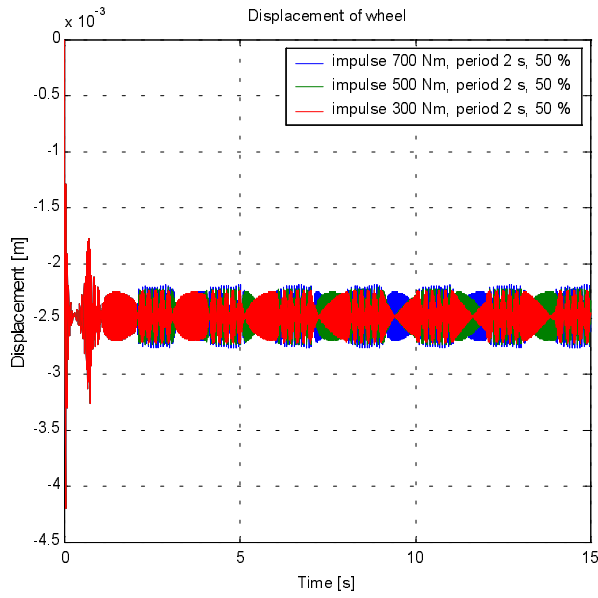
I)



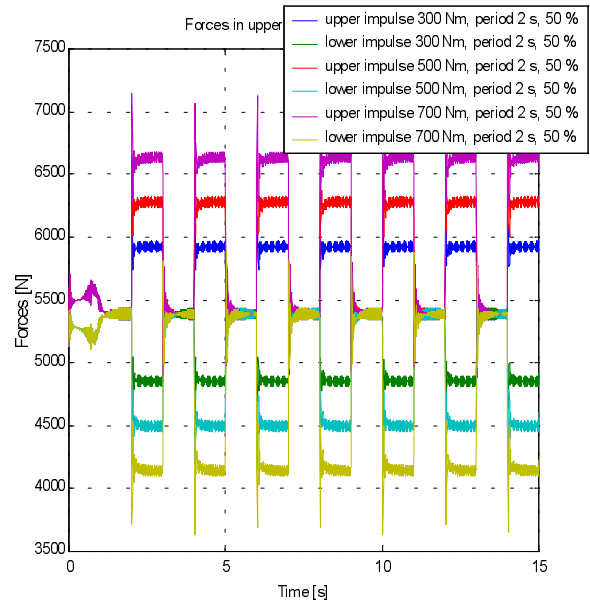
II)



III)

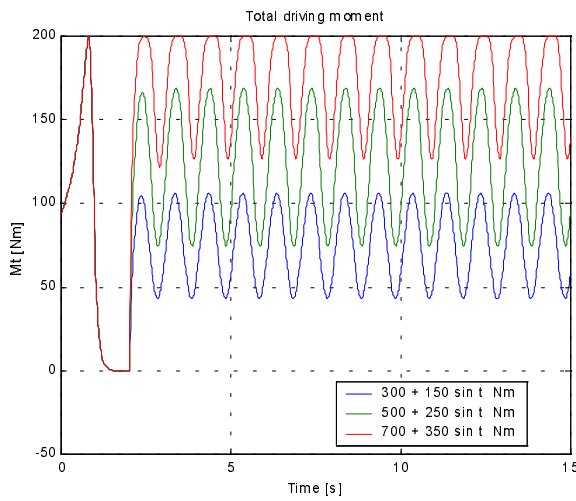


IV)

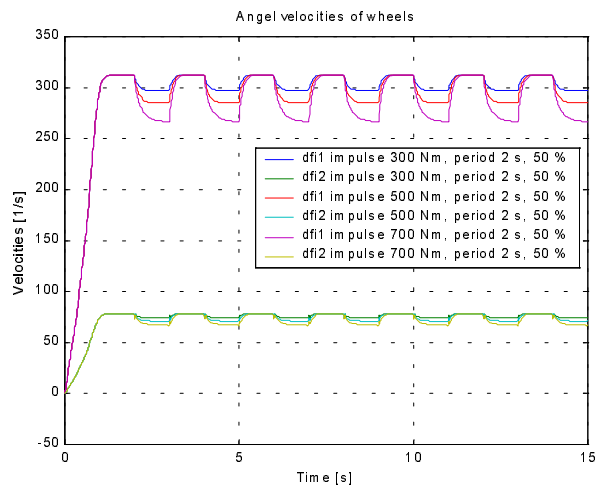


Obr.9e) řemenový převod namáhaný periodickým impulsním momentem působícím na kolo 2

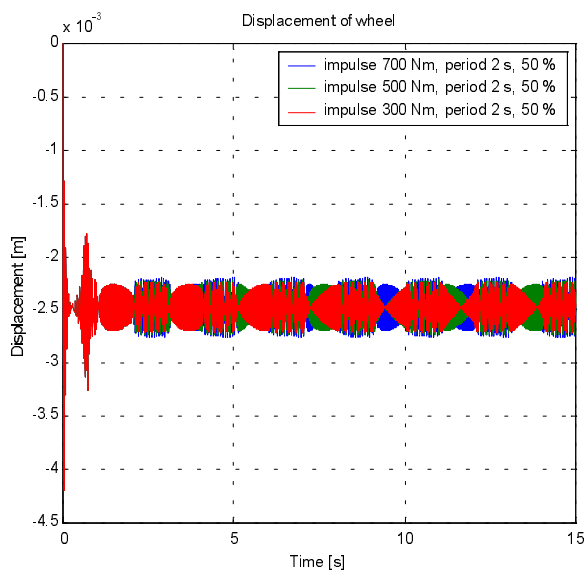
I)



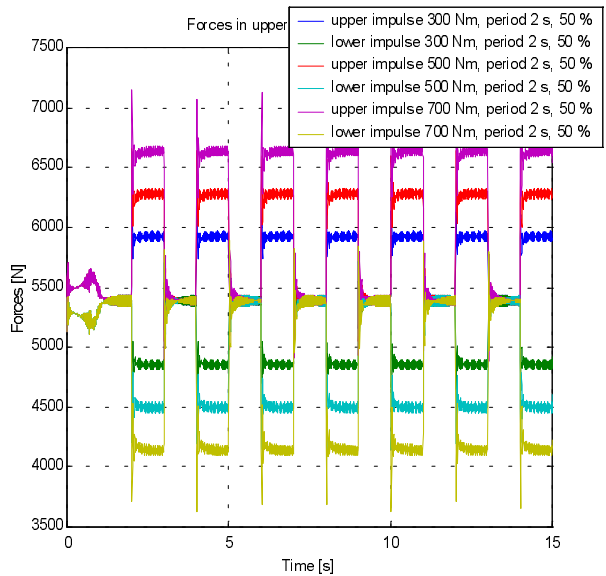
II)



III)



IV)



Obr.10f) řemen. převod namáhaný momentem mající sinusový průběh, působícím na kolo 2

## Závěr.

Numerické řešení na počítači a simulace provozních podmínek umožňuje posoudit dynamické chování různých zařízení. Na příkladu řemenového převodu poháněného asynchronním motorem bylo výše uvedeným postupem vyšetřováno dynamické chování jednotlivých částí při různém druhu zatížení ( Obr.5a, b, c, d, e, f ). Numerickým řešením pohybových rovnic soustavy pomocí výpočetního systému Matlab – Simulink byly určeny průběhy úhlových rychlostí  $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$  řemenových kol 1,2 (Obr.5aII, 6bII, 7cII, 8dII, 9eII, 10fII), posunutí  $x$  středu řemenového kola 1 ( Obr.5aIII, 6bIII, 7cIII, 8dIII, 9eIII, 10fIII ) a sil působících v horní a dolní části řemene  $S_h, S_d$ . (Obr.5aIV, 6bIV, 7cIV, 8dIV, 9eIV, 10fIV). Pro jednotlivé druhy zatížení byly ještě simulovány různé velikosti zatížení uvedené vždy v tabulce v příslušném grafu..

Porovnáme-li průběhy úhlových rychlostí  $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$  řemenových kol 1,2 (Obr.5aII, 6bII, 7cII, 8dII, 9eII, 10fII) je zřejmé, že jsou různé dle jednotlivého druhu zatížení a příslušného převodového poměru.

Posunutí  $x$  středu řemenového kola 1 (Obr.5aIII, 6bIII, 7cIII, 8dIII, 9eIII, 10fIII) je pro jednotlivé případy zatížení přibližně stejné, maximální hodnota posunutí je 2,5 mm, po ustálení pohybu 0,5 mm.

Průběh sil působící v horní a dolní části řemene  $S_h, S_d$  (Obr.5aIV, 6bIV, 7cIV, 8dIV, 9eIV, 10fIV) je různý podle druhu zatížení. Maximální hodnota síly  $S_h$  v horní části řemene je 7200 N, v dolní části řemene 5400 N.

Uvedené numerické řešení posouzení dynamického chování pomocí výpočetního systému Matlab spojené se simulací provozních podmínek bylo aplikováno na modelech strojních zařízení [1] i ve výuce na příkladech uvedených v [2], [3].

## Literatura

- [1] R.Havlíček, J.Vondřich: Computational modelling of extreme loading mechanical system. *Proceeding Euroconference on Computational Mechanics and Eng. Practice, University of Lodž, pp. 162-165, 2001*
- [2] J.Vondřich: Soubor modelů dynamicky namáhaných mechanických soustav řešených pomocí programového systému Matlab a Simulink. *Zpráva ke grantu FRVŠ č.1893/2001. K312, Fakulta elektrotechnická, ČVUT Praha, 2001*
- [3] J.Vondřich: Modely mechanických soustav s možností simulace provozních stavů řešených v Matlabu a Simulinku prezentovaných na webových stránkách. *Zpráva ke grantu IGS ČVUT č.CTU0216213, K312, Fakulta elektrotechnická, ČVUT Praha, 2002*