

VYUŽITÍ SYSTÉMU MATLAB PŘI ŘEŠENÍ PŘÍČNÉ DYNAMIKY POJEZDU KOLEJOVÉHO VOZIDLA S VOLNÝMI KOLY

Ing. Jan KALIVODA

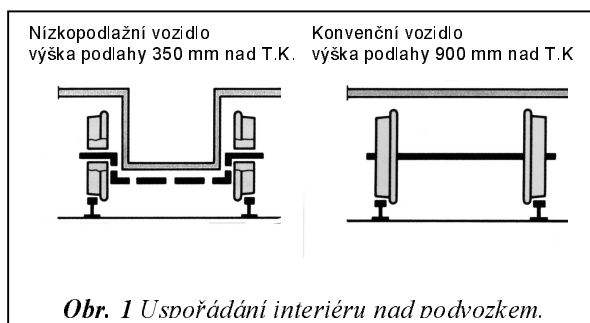
České vysoké učení technické v Praze Fakulta strojní

1 ÚVOD

Klasické dvojkolí kolejového vozidla se skládá ze dvou kol pevně spojených tuhou nápravou. Tím jsou jednotlivá kola nucena otáčet se stejnou úhlovou rychlostí. Pro dvojkolí s volnými koly je typické, že se jednotlivá kola mohou otáčet nezávisle. Tím prakticky zcela eliminujeme podélné skluzy a jednu ze základních vlastností klasického dvojkolí – vlnivý pohyb. Tato vlastnost se z hlediska opotřebení a velmi dobré stability jevíla slibně pro použití na vysokorychlostních vozidlech, ale k jejich významnějšímu rozšíření zde nedošlo. Toto lze jen zčásti přisoudit konzervativnosti provozovatelů kolejové dopravy. Přes nesporné výhody se u dvojkolí s volnými koly objevila i řada nevýhod. Mezi nejzávažnější se řadí tendence ke konstantnímu kontaktu mezi okolcem a hlavou kolejnice, a to i v přímé trati.

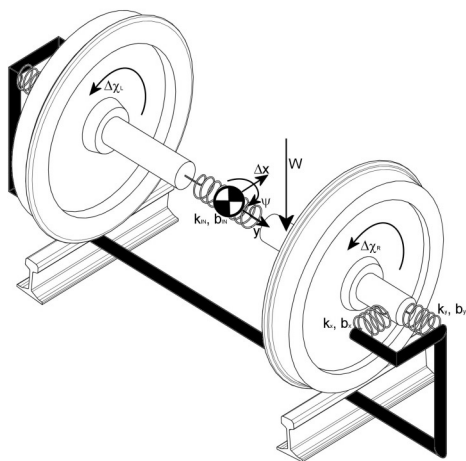
Další oblastí, kde dvojkolí s volnými koly nacházejí stále širší uplatnění, jsou nízkopodlažní tramvaje. Uvažujeme-li minimální přípustný průměr nových kol 590 mm, je pro dosažení výšky podlahy 350 mm nad temenem kolejnice použití dvojkolí s volnými koly nezbytné. Viz. **Obr. 1**.

Navzdory poměrně širokému uplatnění dvojkolí s volnými koly na nízkopodlažních tramvajích, jejich nevýhody oproti konvenčním dvojkolím nezmizely.



2 MATEMATICKÝ MODEL DVOJKOLÍ S VOLNÝMI KOLY

Předpokládáme, že dvojkolí je přichycené k rámu pomocí silových prvků a je ve svislém směru zatíženo konstantní silou W . Rám se pohybuje konstantní rychlostí v podél osy koleje. Jednotlivá kola dvojkolí mohou vůči sobě vykonávat relativní pohyb. Vazba mezi koly je realizována pomocí torzní pružiny a tlumiče. Dvojkolí má tedy celkem 5 stupňů volnosti.



Obr. 2 Model dvojkolí.

Δx	Odchylka polohy dvojkolí v podélném směru od polohy odpovídající rovnoměrnému přímočarému pohybu rychlostí v .
y	Příčná výchylka dvojkolí.
ψ	Úhel natočení dvojkolí kolem svislé osy z .
$\Delta \chi_L$	Odchylka otočení levého kola dvojkolí kolem osy y od polohy odpovídající otáčení konstantní rychlostí ω .
$\Delta \chi_R$	Odchylka otočení pravého kola dvojkolí kolem osy y od polohy odpovídající otáčení konstantní rychlostí ω .

Kde $\omega = -\frac{v}{r_0}$ je teoretická úhlová rychlost dvojkolí kolem příčné osy y odpovídající pohybu dvojkolí dopřednou rychlostí v .

3 SÍLY PŮSOBÍCÍ NA DVOJKOLÍ

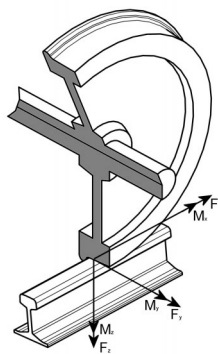
Pohybové rovnice dvojkolí sestavíme metodou uvolňování přičemž uvažujeme následující silové účinky působící na dvojkolí:

- Síly v kontaktní ploše kolo-kolejnice
 - Tečné síly v kontaktu kolo-kolejnice – skluzové síly

- Normální síly v kontaktu kolo-kolejnice
- Síly v silových prvcích mezi pravým a levým kolem dvojkolí a mezi dvojkolím a rámem
- Setrvačné účinky

3.1 Skluzové síly

Pro výpočet skluzových sil v kontaktu kolo-kolejnice použijeme Kalkerovu lineární teorii.



$$\begin{aligned} F_x &= -f_{11} v_x \\ F_y &= -f_{22} v_y - f_{23} v_s \\ M_z &= f_{23} v_y - f_{33} v_s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{11} &= G c_{11} (ab) \\ f_{22} &= G c_{22} (ab) \\ f_{23} &= G c_{23} (ab)^{2/3} \\ f_{33} &= G c_{33} (ab)^2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Obr. 3 Silové účinky v kontaktu kolo-kolejnice.

Kde: a, b jsou délky poloos kontaktní elipsy.

G je modul pružnosti materiálu ve stříhu $\left(G = \frac{E}{2(1+\mu)} \right)$.

$c_{11}, c_{22}, c_{23}, c_{33}$ jsou Kalkerovy koeficienty, které závisí pouze na Poissonově konstantě μ a poměru (a/b) .

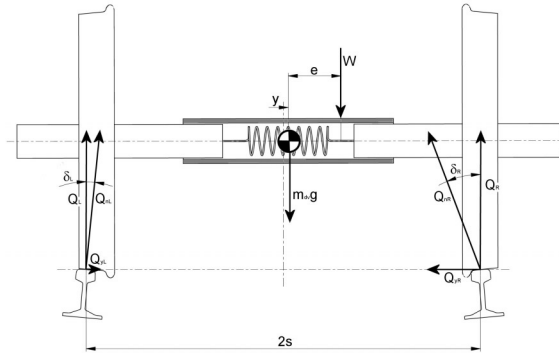
Relativní skluzy vyjádříme dle (3.2).

$$\begin{aligned} v_{xL} &= \frac{\dot{x}}{v} + \frac{\dot{\psi}_s}{v} + \frac{\dot{\chi}_L r_L}{v} \\ v_{xR} &= \frac{\dot{x}}{v} - \frac{\dot{\psi}_s}{v} + \frac{\dot{\chi}_R r_R}{v} \\ v_{yL} &= \frac{\dot{y}}{v} - \dot{\psi} \\ v_{yR} &= \frac{\dot{y}}{v} - \dot{\psi} \\ v_{sL} &= \frac{1}{v} [\dot{\psi} \dot{\chi}_L \sin(\delta_L - \varphi)] \\ v_{sR} &= \frac{1}{v} [\dot{\psi} \dot{\chi}_R \sin(\delta_R + \varphi)] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Valivé poloměry kol r_R, r_L , úhel natočení dvojkolí kolem podélné osy φ a úhel sklonu normály v dotykovém bodě δ_L, δ_R jsou závislé na příčném posunutí dvojkolí y a úhlu natočení dvojkolí kolem svislé osy ψ . Tyto závislosti zlinealizujeme dle (3.3).

$$\begin{aligned} r_L &= r_0 - \lambda y & \delta_L &= \delta_0 - \varepsilon \frac{y}{s} & \varphi &= -\frac{\sigma}{s} y \\ r_R &= r_0 + \lambda y & \delta_R &= \delta_0 + \varepsilon \frac{y}{s} \end{aligned} \quad (3.3)$$

3.2 Normální síly



Obr. 4 Normální síla v kontaktu kolo-kolejnice.

Předpokládáme, že dvojkolí o hmotnosti m_{dv} je zatíženo svislou silou W jejíž působíště je v příčném směru vysunuto o míru e . Mezi kolem a kolejnicí pak působí normální síla $Q_{nL(R)}$. Tuto sílu rozložíme do svislé složky $Q_{yL(R)}$ (kolová síla) a vodorovné složky $Q_{yL(R)}$. S použitím vztahů (3.3) a za předpokladu malých úhlů δ lze vyjádřit výslednou příčnou sílu působící na dvojkolí vlivem normálových sil v kontaktu kolo-kolejnice jako:

$$Q_y = Q_{yL} - Q_{yR} = -\frac{e}{s} W \delta_0 - \frac{\varepsilon + \delta_0}{s} (m_{dv} g + W) y \quad (3.4)$$

3.3 Síly v silových prvcích

Za předpokladu lineárních charakteristik silových prvků lze psát:

$$\begin{aligned} F_x &= -2k_x \Delta x - 2b_x \dot{\Delta x} \\ F_y &= -2k_y y - 2b_y \dot{y} \\ M_z &= -2k_\psi w_1^2 \psi - 2b_\psi w_1^2 \dot{\psi} \\ M_{yL} &= k_{IN} (\Delta \chi_R - \Delta \chi_L) + b_{IN} (\Delta \dot{\chi}_R - \Delta \dot{\chi}_L) \\ M_{yR} &= k_{IN} (\Delta \chi_L - \Delta \chi_R) + b_{IN} (\Delta \dot{\chi}_L - \Delta \dot{\chi}_R) \end{aligned} \quad (3.5)$$

4 POHYBOVÉ ROVNICE DVOJKOLÍ

Vyjádřením rovnováhy všech silových účinků působících na dvojkolí diferenciálních rovnic:

$$\mathbf{\ddot{M}\ddot{Y} + \mathbf{\ddot{B}\ddot{Y} + \mathbf{K}\ddot{Y} = \mathbf{Q}, \quad \mathbf{Y} = [\Delta x, y, \psi, \Delta \chi_L, \Delta \chi_R]^T} \quad (4.1)$$

kterou převedeme na tvar:

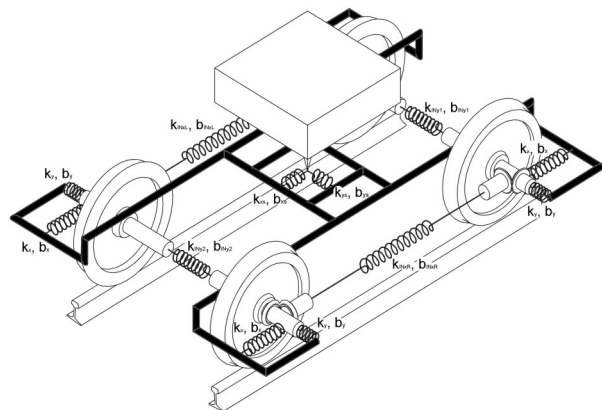
$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}, \quad \mathbf{X} = [\Delta x, y, \psi, \Delta \chi_L, \Delta \chi_R, \Delta \dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}, \Delta \dot{\chi}_L, \Delta \dot{\chi}_R]^T \quad (4.2)$$

5 MODEL PODVOZKU

Výše odvozený matematický model dvojkolí s úspěchem použijeme při sestavování modelu dvounápravového podvozku. Přední dvojkolí (1) a zadní dvojkolí (2) jsou pomocí silových prvků v podélném a příčném směru vedena v rámu podvozku. Další silové prvky umožňují otáčkovou vazbu mezi koly předního a zadního dvojkolí. Spojení rámu podvozku se skříní je realizováno silovými prvky v podélném a příčném směru. Skříně je představována tělesem o hmotnosti úměrné hmotě skříně připadající na jeden podvozek, které se pohybuje konstantní rychlostí v podél osy koleje. Vůči ose koleje může vykonávat pouze pohyby v příčném směru.

Celkem má tedy model podvozku 14 stupňů volnosti.

- | | |
|--------------|---|
| skříň: | 1° volnosti - y_s |
| podvozek: | 3° volnosti - $\Delta x_p, y_p, \psi_p$ |
| 1. dvojkolí: | 5° volnosti - $\Delta x_1, y_1, \psi_1, \Delta \chi_{1R}, \Delta \chi_{1L}$ |
| 2. dvojkolí: | 5° volnosti - $\Delta x_2, y_2, \psi_2, \Delta \chi_{2R}, \Delta \chi_{2L}$ |

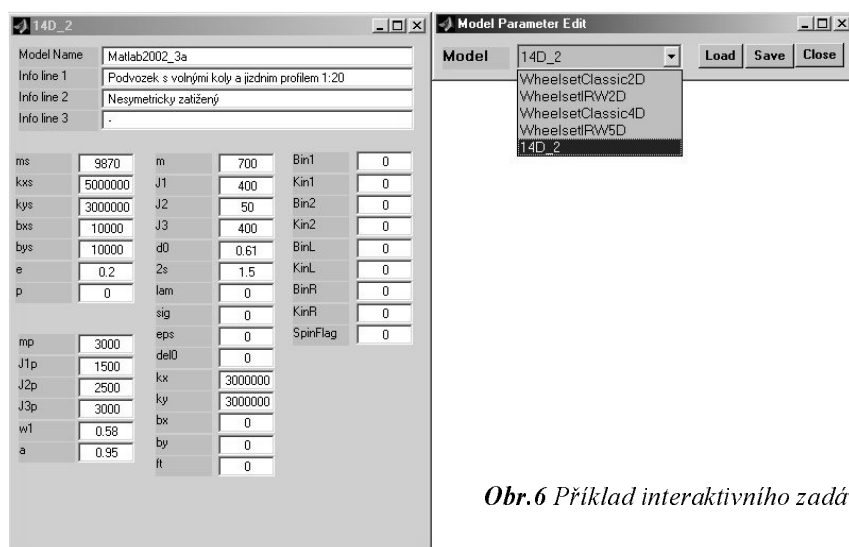


Obr. 5 Model 2n podvozku s volnými koly.

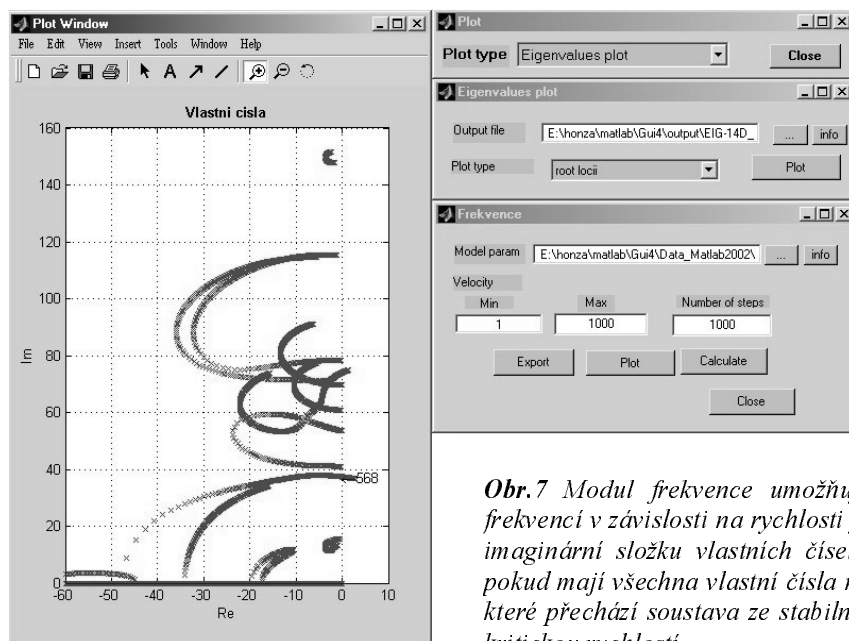
Vyjádřením silové rovnováhy obdržíme soustavu formálně shodnou s (4.2). Vektor neznámých výchylek a rychlostí má v tomto případě rozměr $[28 \times 1]$.

6 ŘEŠENÍ MATEMATICKÉHO MODELU

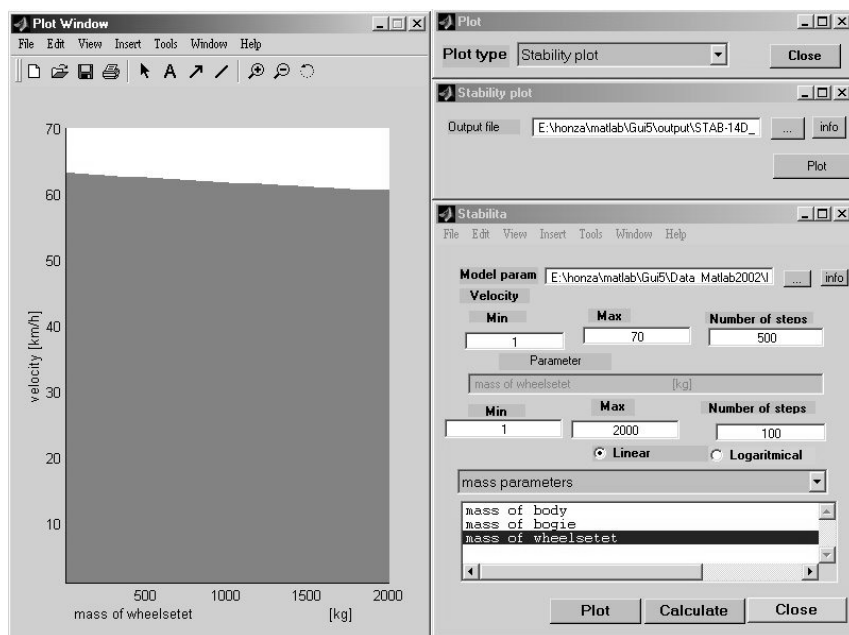
Pro výpočet vlastních frekvencí a kmitových tvarů, vlivu jednotlivých parametrů na stabilitu a kritickou rychlost, jakož i časových průběhů výchylek, rychlostí, zrychlení, skluzů a skluzových sil je využito matematického aparátu MATLABu. Soustava diferenciálních rovnic $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}$ je řešitelná i analyticky. Pro řešení je ale použita funkce *ode45* založená na numerickém řešení metodou Runge-Kutta. To umožňuje velmi snadný pozdější přechod z lineárního modelu na nelineární, popsany soustavou dif. rovnic $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X})$ bez zásahu do jádra programu. V oblasti okolku neplatí lineizační vztahy postihující závislosti aktuálních valivých poloměrů kol a sklonů normál v dotykovém bodě mezi kolem a kolejnicí. Pro vyšetřování průjezdu kolejového vozidla obloukem, případně pro jízdu v přímé trati s velkou amplitudou příčné výchylky dvojkolí je tedy třeba použít nelineární model. Pro snazší zadávání parametrů, analýzu, zpracování a archivaci výsledků bylo v prostředí MATLABu vytvořeno grafické rozhraní přes které je možno celý systém ovládat. Viz obrázky 6 až 9.



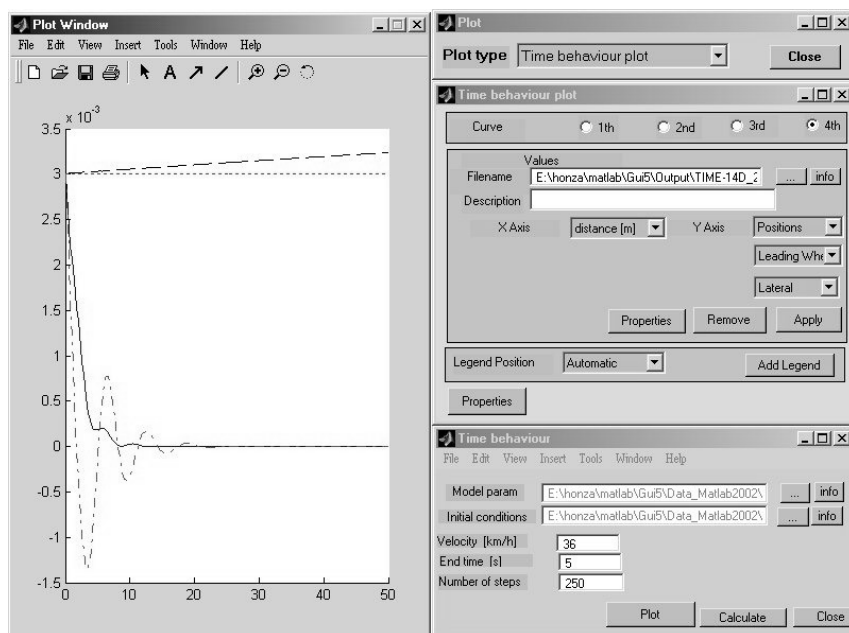
Obr.6 Příklad interaktivního zadávání parametrů modelu.



Obr.7 Modul frekvence umožňuje výpočet průběhu vlastních frekvencí v závislosti na rychlosti jízdy. Graf znázorňuje reálné a imaginární složku vlastních čísel modelu. Soustava je stabilní pokud mají všechna vlastní čísla reálnou složku < 0 . Rychlost při které přechází soustava ze stabilní oblasti do nestabilní nazveme kritickou rychlostí.



Obr.8 Modul stability umožňuje získat představu o vlivu jednotlivých parametrů modelu na kritickou rychlost. Šedou barvou je znázorněna stabilní oblast, bílou nestabilní. Jejich rozhraní určuje kritickou rychlost pro danou hodnotu parametru který sledujeme.



Obr.9 Modul Time řeší odezvu systému na dané počáteční podmínky. Umožňuje sledovat průběh výchylek, rychlostí, zrychlení, skluzů a skluzových sil v čase.

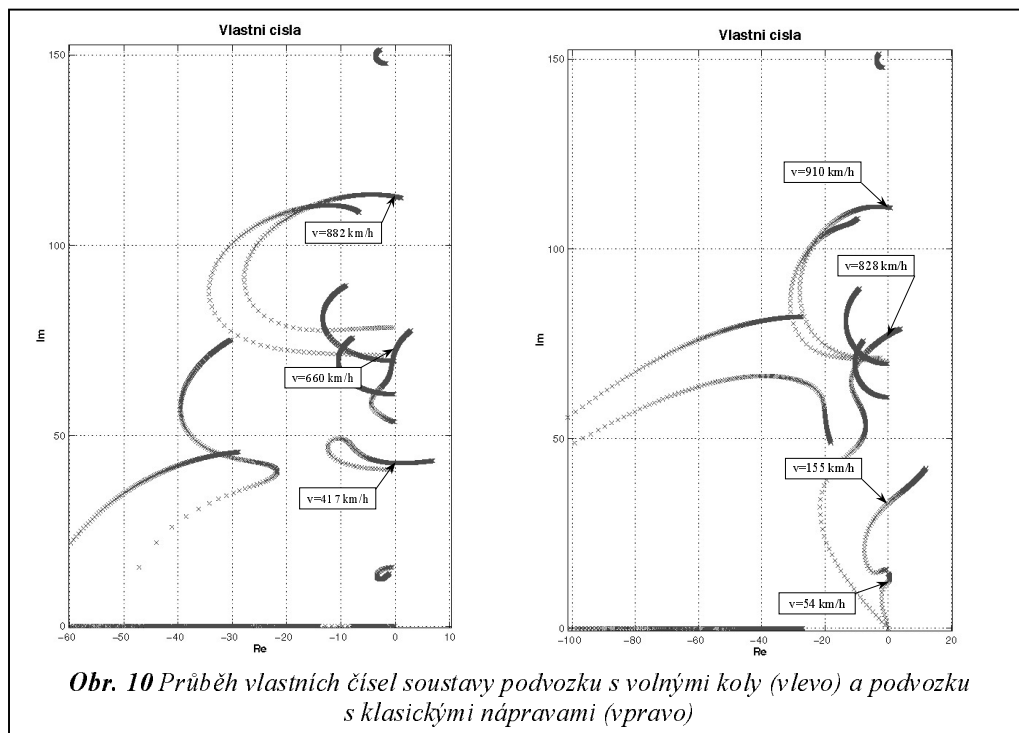
7 PROVÁDĚNÉ SIMULACE

Pro srovnání vlastností dvounápravového podvozku s konvenčními dvojkolými a s volnými koly byly zvoleny tři hlediska:

- Stabilita – průběh vlastních frekvencí soustavy v závislosti na rychlosti jízdy vozidla.
- Časová odezva na počáteční příčnou výchylku
- Odezva na nesymetrické rozložení hmoty skříně

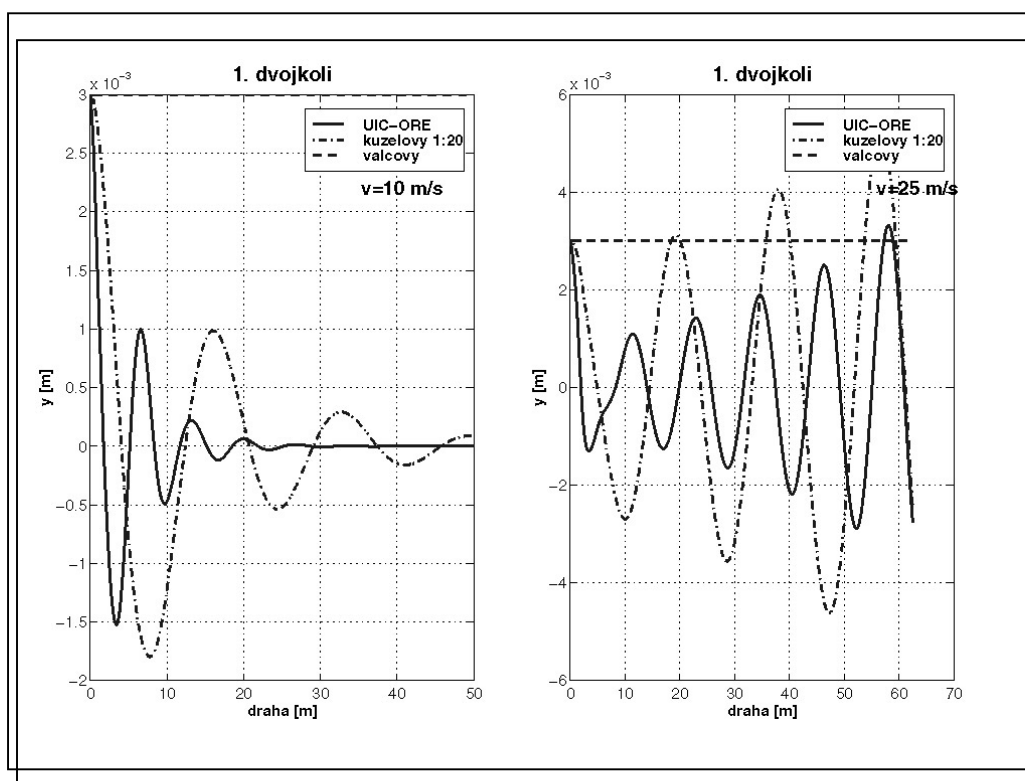
8 VÝSLEDKY A ZHODNOCENÍ

8.1 Stabilita v přímé trati



Stabilita jízdy v přímé trati byla posuzována podle průběhu vlastních čísel matematického modelu v závislosti na rychlosti v rozsahu $0 \div 1000 \text{ km/h}$. Vypočtené průběhy (**Obr. 10**) potvrdily velmi dobrou dynamickou stabilitu podvozku s volnými koly. Bez jakéhokoli tlumení v prvním stupni vypružení má model podvozku s volnými koly kritickou rychlost 417 km/h v porovnání s kritickou rychlostí 54 km/h u modelu konvenčního podvozku se stejnými parametry.

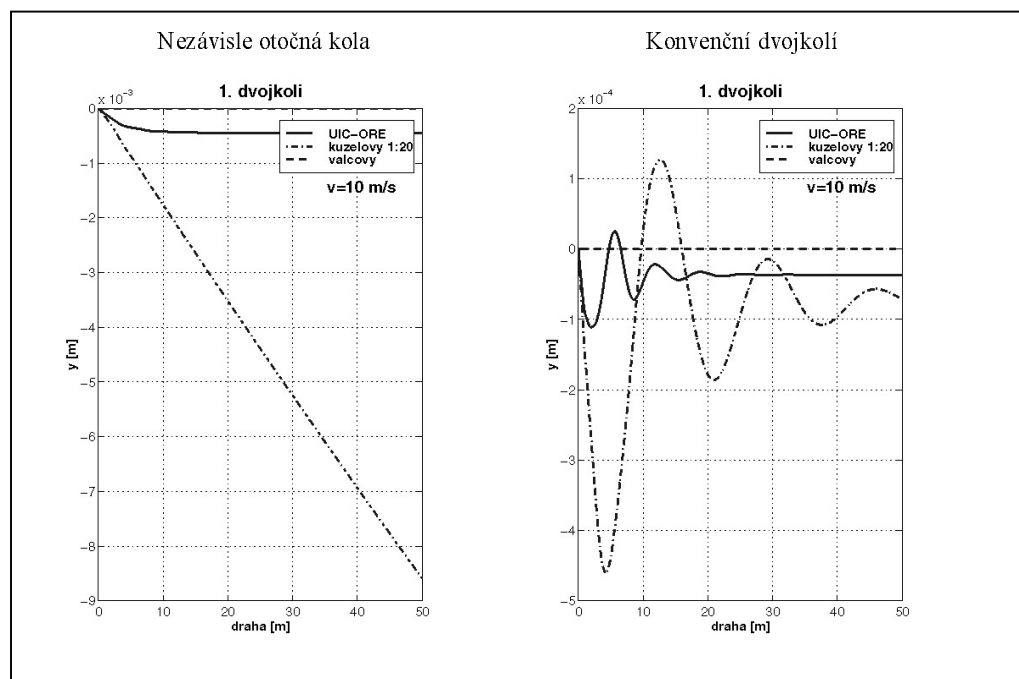
8.2 Odezva na počáteční příčnou výchylku dvojkolí



Obrázky 11 a 12 shrnují vlastnosti podvozků s volnými koly a s konvenčními dvojkolími z hlediska odezvy na příčnou výchylku dvojkolí, se zřetelem na rychlost jízdy a tvar oběžného profilu kola. Ukazuje se, že jedinou silou centrující dvojkolí s volnými koly do středu kolejového kanálu je gravitační tuhost dvojkolí. Kola s přímkovým profilem a tedy s nulovou gravitační tuhostí se jeví pro dvojkolí s volnými koly jako nevhodná. Bez vnějších silových účinků se dvojkolí s volnými koly a přímkovým profilem kola pohybuje s počáteční příčnou výchylkou.

Chování dvojkolí s volnými koly není v běžném rozsahu rychlostí na rychlosti příliš závislé. U podvozku s konvenčními dvojkolími pozorujeme klasický vlnivý pohyb, který se se zvyšující se rychlostí stává nestabilním.

8.3 Odezva na nesymetrické rozložení hmotnosti skříně



Vliv nesymetrického rozložení hmoty skříně byl posuzován pro zatížení podvozku odpovídající zhruba normálnímu obsazení vozidla. Působíště tíhy skříně bylo příčně posunuto o hodnotu $e = 0,2$ m. Potvrzuje se opět nevhodnost kuželového profilu kola pro dvojkolí s volnými koly. Pokud je takovéto dvojkolí nesymetricky zatíženo pohybuje se stále ve směru méně zatíženého kola. To má ve skutečnosti za následek dolehnutí na okolek. Kola s válcovým profilem mají normálu v dotykovém bodě ve svislém směru a tedy s nulovou příčnou složkou. Tím pádem nejsou na nestejně kolové síly citlivá. V případě nesymetricky zatíženého dvojkolí s křivkovým profilem kola je ustálená příčná výchylka dvojkolí s volnými koly řádově větší než u konvenčního.

9 ZÁVĚR

Vytvoření matematického modelu podvozku s volnými koly potvrdilo:

- Lepší dynamickou stabilitu podvozků s volnými koly ve vysokých rychlostech oproti konvenčním. Nepřítomnost vlnivého pohybu u dvojkolí s volnými koly.
- Nevhodnost přímkových oběžných profilů kol pro dvojkolí s volnými koly z hlediska centrování dvojkolí uprostřed kolejového kanálu.
- Řádově větší citlivost na nesymetrické zatížení dvojkolí s volnými koly oproti konvenčním a to i v případě křivkových profilů kol.

Podstatnou část trati tvoří oblouky. Pro komplexnější posouzení vlastností dvounápravových podvozků s volnými koly z hlediska jejich použití na vozidlech městské dopravy je třeba vedle posouzení jízdy v přímé trati, analyzovat průjezd obloukem. Tímto směrem se ubírá i další práce autora.



Literatura

- [1] J. Kisilowski, K. Knothe – “Advanced railway vehicle dynamics “ Wydawnictwa Naukowo-Techniczne Warsaw 1991
- [2] B. M. Eickhoff and R. F. Harvey – “Theoretical and experimental evaluation of independently rotating wheels for railway vehicles” Proc. of the 11th IAVSD symposium 1989



Resumé

Příspěvek se zabývá problémy příčné dynamiky nových konstrukcí podvozků kolejových vozidel městské dopravy. Soustřeďuje se na nízkopodlažní tramvaje s dvojkolími s nezávisle otočnými koly. Shrnuje poznatky o chování takovýchto podvozků získané řešením matematického modelu za pomoci systému MATLAB

Summary

The subject of considerations in the present paper are problems related to lateral dynamics of new designs of a city light rail. These are low-floor trams possessing wheelsets with independently rotating wheels (IRW). This paper describes building mathematical model of bogie with IRW and solving it with help of MATLAB. Simulations are focused on differences in stability behaviour, response to the step input and response to the unsymmetry of load between conventional wheelsets and IRW.