

MODELÝ HYDRAULICKÉ SOUSTAVY VODNÍ ELEKTRÁRNY

Ing. Zdeněk Němec, CSc.

VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automatizace a informatiky

1. Hydraulická soustava, možnosti modelování

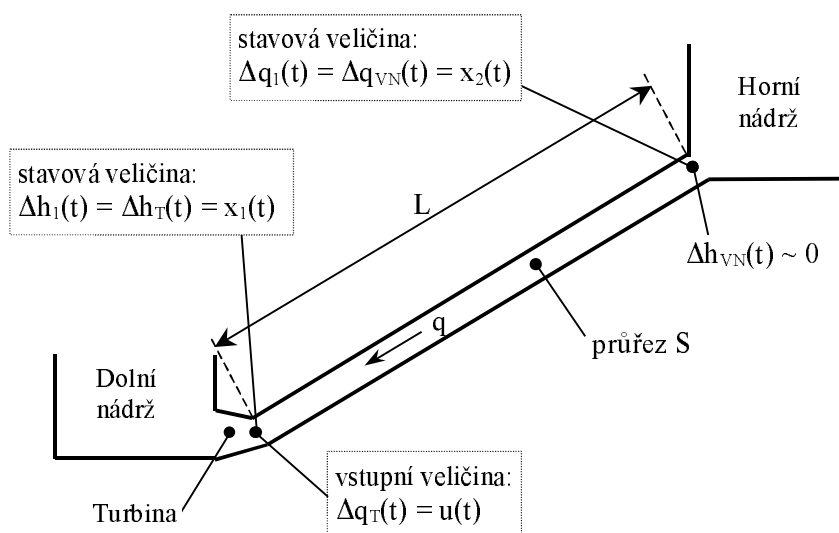
Hydraulickou soustavou zde v souvislosti s vodné turbínou rozumíme soubor hydrotechnických objektů pro přívod vody od horní nádrže vodní elektrárny k turbíně a taktéž objekty pro odvod vody od turbíny do dolní nádrže nebo řečiště. Vlastnosti hydraulické soustavy po stránce dynamiky tlaku a průtoku vody jsou v zásadní míře určeny přívadčím potrubím před turbínou, tj. jeho délkou, průměrem, materiálem, atd. V prvním přiblížení tedy můžeme za hydraulickou soustavu považovat přívadčící potrubí turbíny.

Při analýze či syntéze vlastností turbosoustrojí vodní elektrárny jako řízené soustavy je nutno věnovat vlastnostem hydraulické soustavy zvýšenou pozornost, protože ta určuje dominantní dynamické vlastnosti celé soustavy. Obecným teoretickým problémem je, že vodní potrubí představuje systém s rozloženými parametry. Z praktických důvodů je ale výhodnější používat modely se soustředěnými parametry a eventuální potřebu znalosti hodnot tlaků a průtoků v některých bodech potrubí můžeme řešit rozdělením potrubí na dostatečný počet dílčích úseků. Hodnoty veličin jsou pak k dispozici na začátcích a koncích dílčích úseků potrubí.

V triviálních případech, zejména při krátkých délkách potrubí, lze vlastnosti hydraulické soustavy aproximovat operátorovým přenosem prvního či druhého řádu. Ve srovnání s dále uvedeným stavovým popisem je přesnost simulace s tímto modelem menší a taktéž nemůže tento model principiálně zahrnovat ztráty spádu vlivem tření vody o stěny potrubí. Varianty modelu s přenosy zde nebudeme popisovat z důvodu omezeného rozsahu příspěvku.

2. Veličiny a parametry modelu

Zjednodušené schéma hydraulické soustavy jen s jedním úsekem potrubí a související veličiny jsou na obr. 1.



Obr. 1. Schéma a popis nejjednodušší soustavy s jedním úsekem potrubí

V popisu hydraulické soustavy jsou použity dále uvedené veličiny a parametry. Malými písmeny jsou vyjádřeny poměrné hodnoty, velkými písmeny hodnoty ve fyzikálních jednotkách, symbol Δ značí změnu relativně malé velikosti.

Vstupní, výstupní a související veličiny modelu:

Znak	Jednotky	Význam	Poznámka, doplnění
h	-	poměrná hodnota spádu vody	$h = H/H_N$
H	m	spád vody	H_N je jmenovitý spád vody
h_T	-	poměrná hodnota spádu vody u turbíny	
q	-	poměrná hodnota průtoku vody	$q = Q/Q_N$
Q	$m^3 \cdot s^{-1}$	průtok vody	Q_N je jmenovitý průtok vody
q_0	-	pom. h. průtoku vody v pracovním bodě	
q_T	-	poměrná hodnota průtoku vody u turbíny	
q_{VN}	-	poměrná hodnota průtoku z vodní nádrže	

Parametry pro výpočet modelu:

Znak	Jednotky	Význam	Základní vztah
λ	-	součinitel tření vody v potrubí	obvykle: $\lambda = 0.01$ až 0.03
L	m	délka potrubí	
ρ	$kg \cdot m^{-3}$	měrná hmotnost vody	$\rho = 1000 \text{ kg} \cdot m^{-3}$
d	m	vnitřní průměr potrubí	
S	m^2	průřez potrubí (vnitřní)	$S = \pi d^2/4$
K	$N \cdot m^{-2}$	modul pružnosti vody a potrubí	v betonu: $K = 2,03 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot m^{-2}$
T_W	s	časová konstanta náběhu vody v potrubí	$T_W = (Q_N \cdot L)/(S \cdot g \cdot H_N)$
v_N	$m \cdot s^{-1}$	jmenovitá rychlost proudění vody	

3. Řešení modelu

Jak již bylo uvedeno, v zájmu snížení složitosti řešení modelu je žádoucí řešit hydraulickou soustavu buď jako jedno celé potrubí, nebo toto potrubí rozdělit na více modelů, které odpovídají dílčím částem potrubí. Počet zvolených sériově řazených dílčích modelů je závislý na požadované přesnosti simulace s takovýmto modelem.

Při volbě počtu úseků potrubí se většinou můžeme řídit následujícími doporučeními. Délku dílčího potrubí v modelu volíme tak, aby jeho délka byla kratší než asi 1/10 vlnové délky tlakových pulzací, které chceme modelem ještě zohlednit (nepotlačit). Při úvaze o vlnové délce vycházíme z rychlosti šíření tlakových rázů ve vodním potrubí, přičemž průměrná rychlost je asi 1000 m/s. Například pro návrh regulace otáček vodní turbíny postačuje zohledňovat změny tlaku a průtoku s kmitočtem do 0.2 Hz a z tohoto důvodu by stačilo rozdělit potrubí na délky pod 500 m. Naopak při simulaci regulačních pochodů je vhodné znát dynamické změny veličin se spektrem velmi přibližně do 1 Hz, proto by model soustavy pro tento účel měl obsahovat úseky potrubí o délkách pod 100 m.


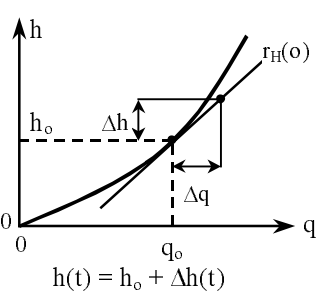
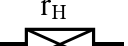
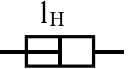
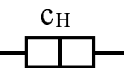
Nejprve je nutné vytvořit matematický popis dané soustavy, tj. potrubí. Velmi vhodný je stavový popis, protože je dostatečně univerzální, dovoluje snadné vyšetřování časových průběhů téměř libovolných veličin, do modelu je možné zahrnout i hydraulické ztráty třením a je taktéž vhodný i pro navazující syntézu automatického řízení vodní turbíny metodami stavového prostoru. Určitá nevýhoda nezbytnosti náročných numerických výpočtů pozbývá na důležitosti díky použití výpočtové techniky, např. prostřednictvím Matlab – Simulinku, kde řešení stavových rovnic je standardní funkcí. Model koncipujeme a veličiny volíme tak,

aby umožňoval výpočet hodnot tlaků a průtoků na začátku a na konci potrubí, eventuálně na koncích dílčích částí potrubí.

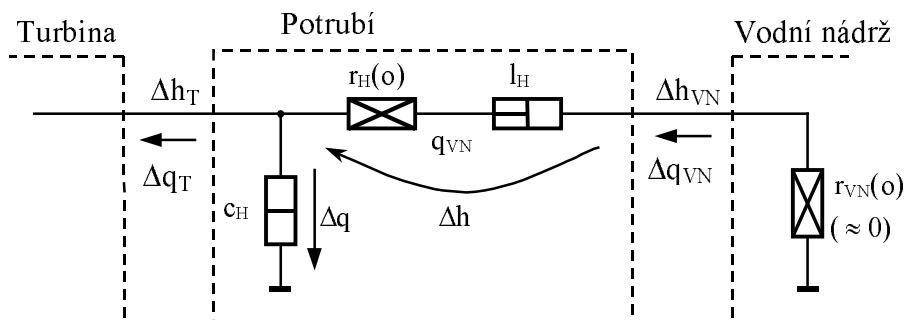
Pro matematický popis hydraulické soustavy je vhodné použít analogie k teorii elektrických obvodů – viz např. literatura [1]. Vlastnosti soustavy pak popisujeme soustavou algebraických rovnic, které jsou obdobou Kirchhoffových zákonů, zde o součtu průtoků vody do uzlu a součtu tlakových spádů v uzavřené smyčce.

Další důležitou myšlenkou zde popisovaného modelování je využití platnosti zákona o zachování energie. Při proudění vody v potrubí dochází k přeměně tlakové energie na jiné formy energií (tepelná, kinetická, deformační) na hydraulických odporech. Význam takto zavedených „odporů“ vysvětluje tab.1. Všechny veličiny jsou v poměrných hodnotách (proto malá písmena).

Tab.1. Tabulka hydraulických odporů

Název odporu	Značka	Základní výpočetní vztah	Hodnota odporu (pro potrubí)	Poznámka
Odpor proti pohybu vody	$r_H(o)$  pro lin. model	$\Delta h = r_H(o) * \Delta q$ $\Delta h =$ změna výškové ztráty	$r_H(o) =$ (*) $\lambda * \frac{T_W}{d} * v_N * q_o$	
	r_H  pro nelin. model	$h = r_H * q^2$ $h =$ výšková ztráta	$r_H = \lambda * \frac{T_W}{2 * d} * v_N$	
Odpor proti zrychlení vody „hydraulická indukčnost“	l_H 	$\Delta h = l_H * \frac{dq}{dt}$	$l_H = T_W$ $l_H = \frac{Q_N * L}{S * g * H_N}$	$l_H[s]$ je konstantní, nezávislý na pracovním bodě
Odpor proti deformaci vody „hydraulická kapacita“	c_H 	$\Delta q = c_H * \frac{dh}{dt}$	$c_H = \frac{L^2 * \rho}{T_W * K}$ $c_H = \frac{L * g * H_N * \rho}{v_N}$	$c_H[s]$ je konstantní, nezávislý na pracovním bodě

4. Model s jedním úsekem potrubí



Obr. 2. Model krátkého potrubí se zvoleným označením veličin

Ze schématu na obr.2 už můžeme sestavit výchozí rovnice popisu dynamiky systému:

$$\Delta q(t) = \Delta q_{VN}(t) - \Delta q_T(t) = c_H * \frac{d\Delta h_T(t)}{dt}$$

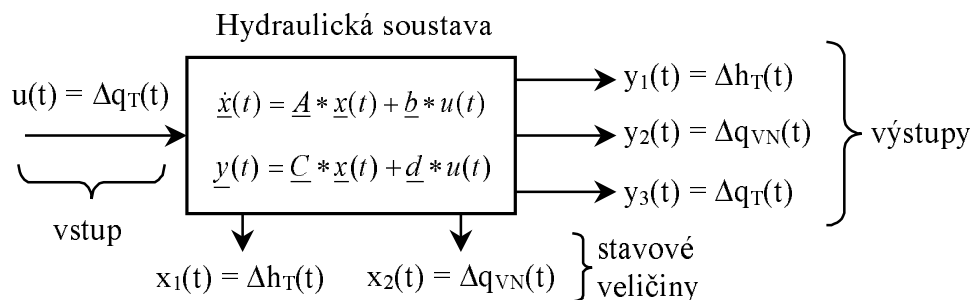
$$\Delta h(t) = \Delta h_{VN}(t) - \Delta h_T(t) = r_H(o) * \Delta q_{VN}(t) + l_H * \frac{d\Delta q_{VN}(t)}{dt}$$

přičemž $\Delta h_{VN}(t) = -r_{VN}(o) * \Delta q_{VN}(t)$

Za stavové veličiny (viz též obr.1) volíme poměrnou změnu spádu $\Delta h_T(t)$ a poměrnou změnu průtoku $\Delta q_{VN}(t)$. Vstupní proměnnou je změna průtoku turbíny $\Delta q_T(t)$. Po úpravě do předchozích rovnic do maticového tvaru pak dostaneme:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta h_T(t)}{dt} \\ \frac{d\Delta q_{VN}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{c_H} \\ \frac{-1}{l_H} & \frac{-(r_{VN}(o) + r_H(o))}{l_H} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta h_T(t) \\ \Delta q_{VN}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-1}{c_H} \\ 0 \end{bmatrix} * \Delta q_T(t)$$

Formálně chceme stavový popis v souladu s obr.3.

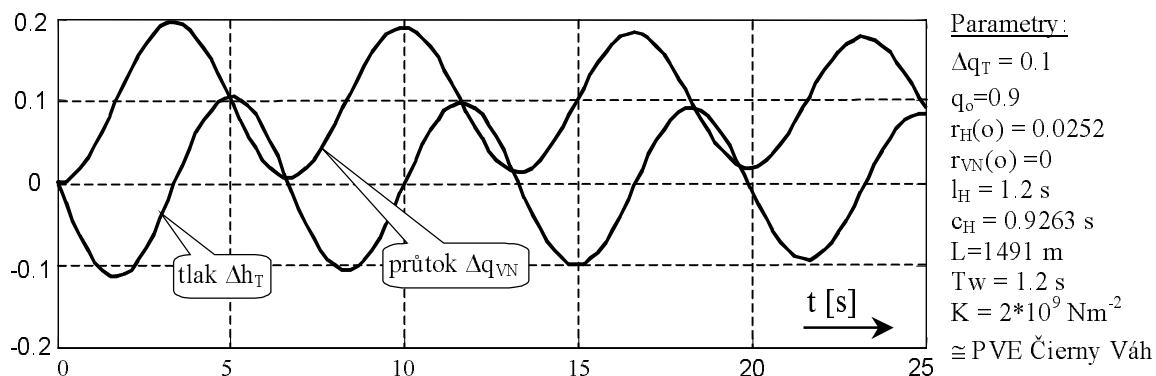


Obr. 3. Veličiny stavového popisu pro soustavu s jedním úsekem potrubí

Proto příslušné matice a vektory jsou definovány takto:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{c_H} \\ \frac{-1}{l_H} & \frac{-r_H(o) - r_{VN}(o)}{l_H} \end{bmatrix} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_H} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

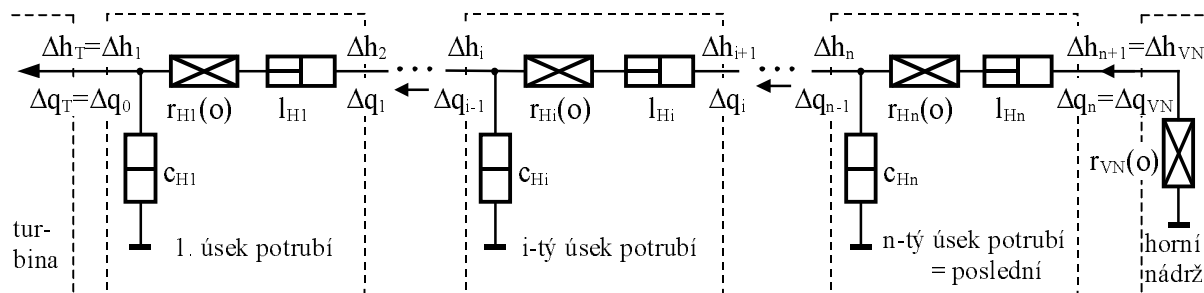
Tento popis je vhodný pro vodní elektrárny s krátkým potrubím, nebo pro případy řešení s malými nároky na přesnost dotčného modelu.



Obr. 4. Příklad odezvy na skokovou změnu Δq_T , nejjednodušší stavový model

Na obr. 4 je příklad použití modelu pro podmínky konkrétní přečerpávací vodní elektrárny. Ve srovnání s dříve vykonávaným měřením na reálném objektu, viz např. [1], je dosaženo přijatelné shody. V měřeních se vyskytuje větší tlumení kmitů, což je ale způsobeno tlumícím účinkem připojené turbíny. Zde při simulaci vliv turbíny neuvažujeme, protože jde o model jen samotné soustavy.

4. Model s větším počtem úseků potrubí



Obr. 5. Obecnější model velkým počtem úseků potrubí, včetně návazností

K popisu jsou potřebné rovnice dynamiky pro i -tý úsek potrubí:

$$\Delta q(t) = \Delta q_i(t) - \Delta q_{i-1}(t) = C_{Hi} * \frac{d\Delta h_i(t)}{dt}$$

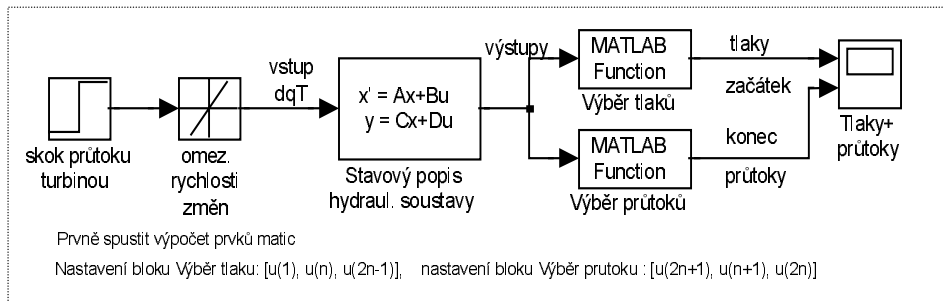
$$\Delta h(t) = \Delta h_{i+1}(t) - \Delta h_i(t) = r_{Hi}(o) * \Delta q_i(t) + l_{Hi} * \frac{d\Delta q_i(t)}{dt}$$

Po úpravě tomu odpovídá maticový zápis ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta h_i(t)}{dt} \\ \frac{d\Delta q_i(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C_{Hi}} \\ -\frac{1}{l_{Hi}} & -\frac{r_{Hi}(o)}{l_{Hi}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta h_i(t) \\ \Delta q_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_{Hi}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_{Hi}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta q_{i-1}(t) \\ \Delta h_{i+1}(t) \end{bmatrix}$$

Několikanásobnou aplikací předchozích vztahů a zohledněním vazeb na koncích potrubí dostaneme maticový popis dynamiky hydraulické soustavy s n úseky potrubí:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta h_T(t)}{dt} \\ \frac{d\Delta q_1(t)}{dt} \\ \frac{d\Delta h_2(t)}{dt} \\ \frac{d\Delta q_2(t)}{dt} \\ \vdots \\ \vdots \\ \frac{d\Delta h_n(t)}{dt} \\ \frac{d\Delta q_{VN}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C_{H1}} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{1}{l_{H1}} & -\frac{r_{H1o}}{l_{H1}} & \frac{1}{l_{H1}} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_{H2}} & 0 & \frac{1}{l_{H2}} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{l_{H2}} & -\frac{r_{H2o}}{l_{H2}} & \frac{1}{l_{H2}} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{1}{C_{Hn}} & 0 & \frac{1}{C_{Hn}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{l_{Hn}} & -\frac{r_{VN0} - r_{Hno}}{l_{Hn}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta h_T(t) \\ \Delta q_1(t) \\ \Delta h_2(t) \\ \Delta q_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta h_n(t) \\ \Delta q_{VN}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_{H1}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} * \Delta q_T(t)$$



Obr.7. Simulační schéma, použité pro srovnání hydraulických modelů

6. Závěr

V příspěvku je zkráceně popsán postup odvození matematického modelu hydraulické soustavy, která spolu s vodní turbínou tvoří hlavní technologickou část vodní elektrárny. Model má všestranné využití. Progresivní je například simulační vyšetřování tlakových a průtokových poměrů při regulačních pochodech v provozu vodních elektráren, řešení poruchových provozních situací, atd.

K matematickému popisu modelu byla použita analogie s elektrickými obvody, protože tento přístup je dostatečně výstižný, názorný a je velmi vhodný pro numerická řešení, např. v prostředí Matlab-Simulink. Přesnost modelu lze snadno zlepšovat zvyšováním počtu úseků potrubí, protože vyšetřované potrubí nahrazujeme sériovým spojením modelů, odpovídajícím fyzickým úsekům potrubí. Takto lze modelovat a simulačně vyšetřovat i potrubí, které není ve své délce homogenní, tj. obsahuje úseky s rozdílnými průřezy, sklony potrubí a materiálem potrubí.

Vyvinutý matematický model byl převeden do počítačové formy a to pro práci v prostředí Simulink. Takový postup je velmi racionální, protože pak hydraulická soustava představuje v Simulinku jen jeden blok stavového popisu a máme možnost ho zařadit do schémat s dalšími souvisejícími modely ostatní vyšetřované technologie. Tím lze získat nástroje k dokonalému simulačnímu zkoumání téměř libovolných provozních režimů vodních elektráren.

Literatura:

- [1] Noskovič, P.: Modelování a identifikace systémů. Montanex, Ostrava, 1999.
- [2] Němec, Z.: Experimentální výzkum dynamických vlastností Francisovy vodní turbíny s dlouhým přivaděčem – PVE Čierny Váh. Výzkumná zpráva, Orgrez Brno.

E-mail autora: nemec@uai.fme.vutbr.cz