

# SIMULACE RADIÁLNÍHO POLOHOVÁNÍ ŽELEZNIČNÍHO DVOJKOLÍ

J. DVOŘÁK - B. ŠULC

České vysoké učení technické v Praze

## 1. Úvod

V současnosti zkracování přepravní doby je hlavním dominujícím požadavkem na dopravu. U železničních kolejových vozidel ho lze dosáhnout zejména zvyšováním cestovních rychlostí. Touto cestou je možné zvýšit konkurenceschopnost železniční dopravy vůči letecké. Zvyšováním rychlosti se však stává velmi aktuální otázka nestability pohybu vozidla a bezpečnost jízdy vozidla. Dalším důležitým aspektem pro zvýšení konkurenceschopnosti železniční dopravy je snižování provozních nákladů. Znovuobnovení opotřebených jízdních ploch dvojkolí a kolejnic, případně jejich úplná výměna, představuje významnou část provozních nákladů všech společností provozujících kolejovou dopravu. Proto je zájem o otázky mechanismu vzniku a eliminace třecích sil v kontaktu kolo kolejnice.

Řešení obou problémů nabízí použití tzv. rejdovných dvojkolí, tj. takové řešení uložení dvojice kol na nápravě podvozku vozidla, aby při natáčení v obloucích bylo dosaženo optimální tzv. radiální polohy, v níž je vznik třecích sil rozhodujících o opotřebením, minimalizován. Současně s nastavením dvojkolí do optimální radiální polohy vzniká problém se stabilitou dynamického udržení požadované polohy při různých vnějších podmínkách. S ohledem na vysoké realizační náklady jakéhokoliv experimentování, ale i složitost matematického řešení, ideální nástrojem pro získání potřebných poznatků se ukazuje simulace. Jako vhodný nástroj na základě předchozích rozsáhlých zkušeností s průmyslovou aplikací [11], [12] byl vybrán program MATLAB – SIMULINK, jehož použití je motivováno také potřebou na propojení s programem Simpack. Dalšími důležitými důvody pro volbu tohoto simulačního nástroje byly:

- snadné simulování odezev dvojkolí na reálné situace nepředvídatelných nebo těžko změřitelných jevů (změna křivosti poloměru oblouku, změna součinitele tření v dotyku jednotlivých kol)
- nabídka silných nástrojů pro identifikaci a hodnocení dynamických soustav i snadnou optimalizaci jednotlivých parametrů vozidla

Príspevek popisuje základní principy nastavování radiální polohy nápravy s koly v oblouku trati. Ukazuje odvození matematického modelu dynamiky tohoto nastavování v závislosti na jízdních parametrech a základní strukturu simulačního modelu

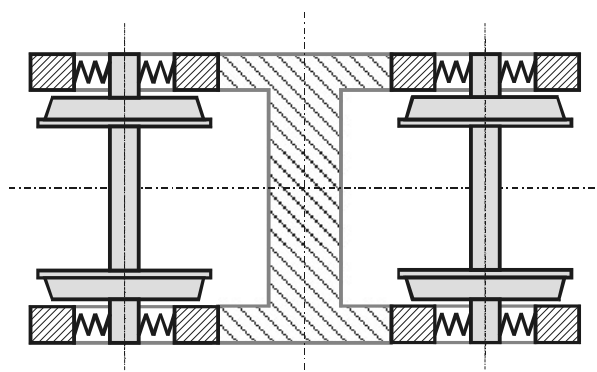
## 2. Dvojkolí a principy jeho radiálního polohování

### 2.1 Autoregulační natáčení dvojkolí v oblouku

Standardní dvojkolí se skládá z nápravy a dvou kol pevně s ní spojených. Náprava zaručuje stejnou úhlovou rychlost odvalování obou kol. Jízdní plochy kol lze v prvním přiblížení považovat za části pláště dvou rotačních kuželů se společnou podstavou. Na základě principu setrvačného pokračování v pohybu vyplývá, že v kolo při vjetí do oblouku pokračuje v přímém směru. Tím kolo, které je na vnější straně oblouku, najíždí svou kuželovou jízdní plochou do míst dotyku s kolejnicí, která charakterizuje neustále se zvětšující poloměr a zvyšující se obvodová rychlost. Přitom kolo, které se nachází na vnitřní straně oblouku, koná radiální pohyb opačný, při němž se jeho obvodová rychlost snižuje. Z rozdílu obvodových rychlostí obou bodů dotyku kol s kolejnicí podělenou jejich vzdáleností plyne úhlová rychlost dvojkolí ve vertikální rovině, která je-li v optimální situaci stejná s úhlovou rychlostí unášivého pohybu vede k tomu, že osa dvojkolí směřuje do středu oblouku. Tato poloha je nazývána polohou radiální. Tedy zjednodušeně řečeno, takto uzpůsobené dvojkolí „samo zatáčí“. Aby toto platilo dokonale a nenastal vlnivý pohyb dvojkolí, musí „nehmotné“ dvojkolí vjíždět do oblouku již s předem danou příčnou výchylkou (viz [6]). Popisovaná situace nastává výjimečně. Většinou je pohyb dvojkolí dopraven skluzy v dotykových bodech, které znamenají vznik třecích sil působících mezi jízdními plochami kol a kolejnic spojené se zvýšeným opotřebením kol a kolejnic.

### 2.2 Konstrukční principy pasivního stavění dvojkolí

Konstrukce většiny současných vozidel je dnes stále založena na použití dvounápravových podvozků, které různým způsobem vážou dvojkolí k sobě, resp. k rámu podvozku, u některých konstrukcí i k rámu skříně. Tuhou vazbou dvou dvojkolí společným rámem podvozku je znemožněno radiální stavění dvojkolí, které představuje



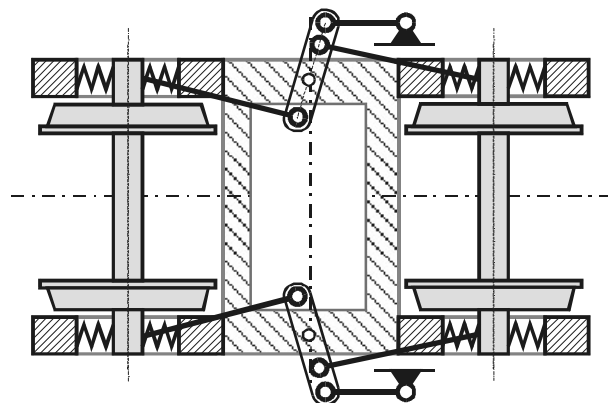
Obr. 1 Schématické zobrazení dvojkolí s polohováním podle principu ASEA

„optimální“ situaci bez skluzů. K odstranění nebo alespoň k podstatnému snížení podélných i příčných skluzů a v důsledku tohoto i k poklesu sil působících mezi kolem a kolejnicí vede použití rejdovných dvojkolí.

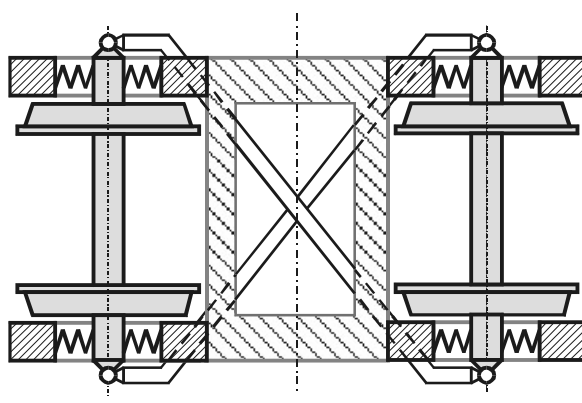
Jako rejdovné dvojkolí je označována taková konstrukce uložení dvojkolí, která umožňuje jeho natočení vůči skřini vozidla nebo rámu podvozku o jistý úhel. Jako hlavní představitelé pasivního natáčení se uvádějí:

- Konstrukčně nejjednodušší princip reprezentuje řešení firmy ASEA, které spočívá ve vhodném naladění podélných i příčných tuhostí a tlumení vedení dvojkolí (obr. 1)

- Systém Liechty používá kinematicky řízenou polohu dvojkolí v rámu podvozku pomocí vazby jeho otáčivého pohybu vůči rámu skříně. Tento systém principiálně slibuje dokonalejší splnění požadavku radiálního stavění dvojkolí. Rejdování dvojkolí vůči rámu může být zdrojem problémů z hlediska stability při jízdě v oblasti vysokých rychlostí a komplikuje konstrukci některých druhů pohonů dvojkolí (obr. 2).
- Křížovou vazbu pomocí diagonálních táhel, která posilují přirozenou tendenci k radiálnímu stavění dvojkolí, využívá k rejdování dvojkolí systém Scheffel (viz [5] ) (obr. 3).



Obr. 2 Systém Liechty používající kinematickou vazbu k natáčení dvojkolí vůči podvozku



Obr. 3 Křížová vazba u systému Scheffel pro podporu radiálního polohování

### 2.3 Aktivní regulační podpora stavění dvojkolí

Všechny uvedené principy radiálního stavění dvojkolí pracují na pasivních principech a nepředstavují ideálně uspokojivé řešení. Proto je navrhováno doplnění pasivních principů stavění aktivní podporou regulace polohy. Tímto novým přístupem, který vyžaduje důkladnou předchozí analýzu dynamických jevů a možného technického řešení, by se mělo dosáhnout odstranění zbytkového úhlu natočení a potlačení projevu nestability [6], [7], [8]. Tuto analýzu lze provést za použití simulačního modelu regulačního obvodu, jehož základem je model dynamiky pohybu dvojkolí odvozená z matematického popisu dynamické silové a momentové rovnováhy.

Pro tvorbu matematického modelu bylo vybrána varianta s podélně tuhou a úhlovou pružnou vazbou, která je principiálně velmi blízká variantě podle obr. 3 a to z těchto důvodů:

- je použita Jihoafrickými železnicemi na nákladních vozech, které jinak tvoří výrazný podíl vozového parku většiny železničních správ
- je konstrukčně i výrobně nejjednodušší

## 3. Matematický model

Matematický model dynamiky natáčení dvojkolí je odvozen s těmito zjednodušujícími předpoklady:

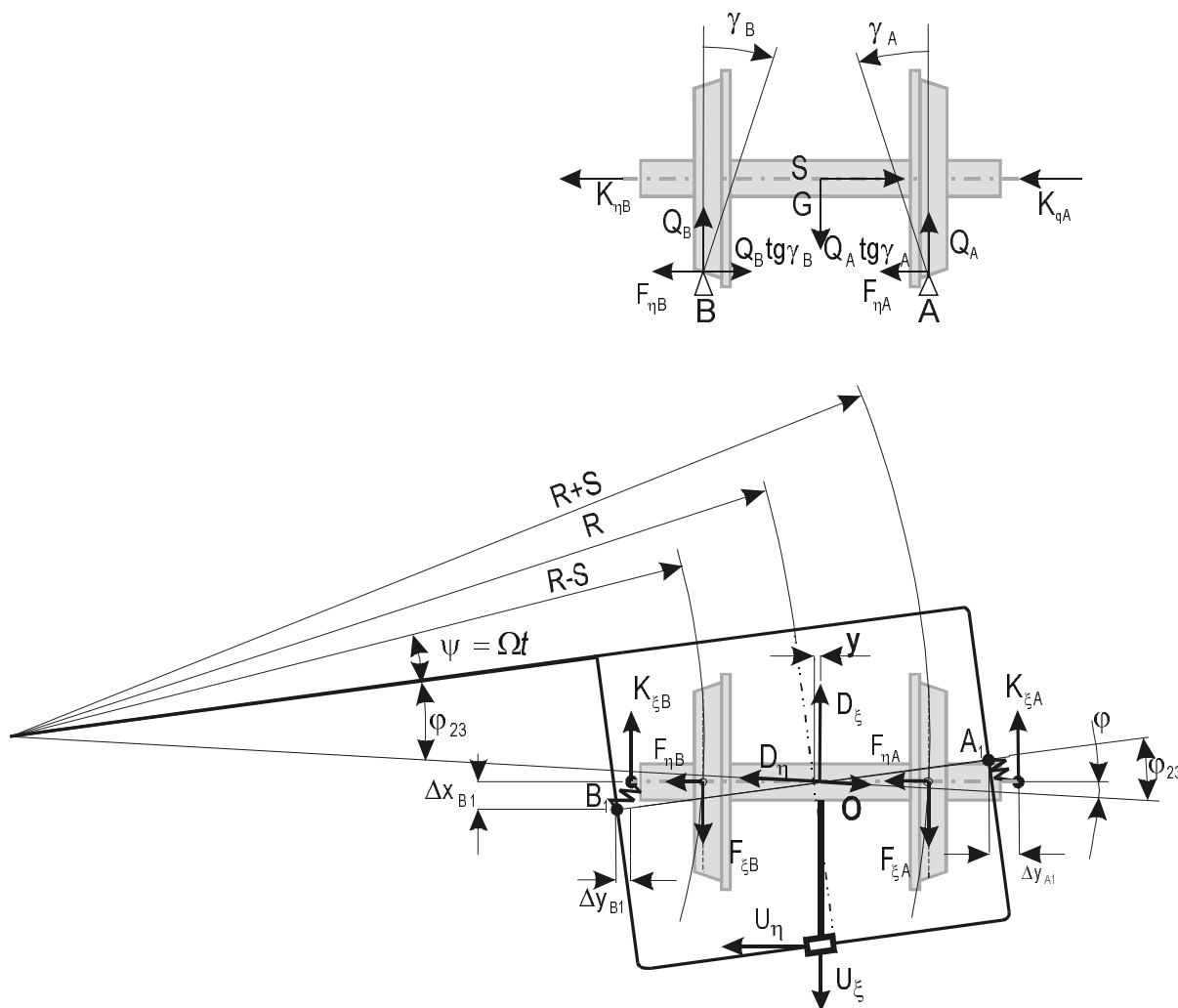
- rám podvozku je fiktivně pevně veden ve středu oblouku
- pohyb dvojkolí je posuzován jako rovinný – v půdorysném pohledu

- c) kromě statických změn kolových sil vlivem odstředivé síly nejsou uvažovány souvislosti se svislou dynamikou vozidla (zanedbaní malých dynamických sil a momentů k ose  $\zeta$  resp. k ose  $\xi$ )
- d) unášivá rychlost je uvažována konstantní
- e) kolejnice jsou uvažovány jako dokonale tuhé břity (zanedbaní odporu valení)

Matematický model je odvozen ze silové nebo momentové rovnováhy k jednotlivým osám lokálního souřadného systému dvojkolí. Vznikne tak soustava šesti nelineárních diferenciálních rovnic. V rovnicích se vyskytují průměty sil a momentů označené následujícími symboly:

- $O$  – odstředivá síla od unášivého pohybu působící na dvojkolí
- $K$  – kombinace síly od deformace pružin a tlumiče ve vedení dvojkolí
- $D$  – dynamické síly od relativního pohybu dvojkolí
- $M_D$  – dynamické momenty od relativního pohybu dvojkolí
- $F$  – skluzové síly působící v kontaktu kola s kolejnicí
- $Q$  – reakční síly v kontaktu kola a kolejnice
- $U$  – reakční síly ve vazbě dvojkolí s rámem podvozku

Síly i momenty jsou doplněny indexy A, B, které symbolizují příslušnost daných silových účinků k jednotlivým bodům kontaktu. Průměty vektorů silových účinků do lokálního souřadného systému  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  jsou označeny odpovídajícím indexem.



Obr. 4 Schéma silového a momentového působení pro odvození matematického modelu

Silová rovnováha k ose  $\xi$ :

$$-m_{dv} \frac{d^2 x}{dt^2} \cos(\varphi) - m_{dv} \frac{d^2 y}{dt^2} \sin(\varphi) + O \sin(\varphi) + F_{\xi A} + F_{\xi B} - K_{\xi A} - K_{\xi B} + U_{\xi} = 0$$

Silová rovnováha k ose  $\eta$ :

$$m_{dv} \frac{d^2 x}{dt^2} \sin(\varphi) - m_{dv} \frac{d^2 y}{dt^2} \cos(\varphi) + O \sin(\varphi) - F_{\eta A} - F_{\eta B} - K_{\xi A} - K_{\xi B} - U_{\eta \xi} - Q_A \tan(\gamma_A) + Q_B \tan(\gamma_B) = 0$$

**Silová rovnováha k ose  $\zeta$ :** - tato rovnice představuje pouze statickou rovnováhu, neboť pohyby dvojkolí v tomto směru jsou velmi malé a tím je možné zanedbat účinky dynamických sil k této ose.

$$-m_{dv} g + Q_A + Q_B = 0$$

**Momentová rovnováha k ose  $\xi$ :** - viz předchozí.

$$Q_A (s - y) - Q_B (s + y) - (Q_A \tan(\gamma_A) + F_{\eta A}) r_A + (Q_B \tan(\gamma_B) - F_{\eta B}) r_B = 0$$

**Momentová rovnováha k ose  $\eta$ :**

$$-J_{d\eta} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} - F_{\xi A} r_A - F_{\xi B} r_B = 0$$

**Momentová rovnováha k ose  $\zeta$ :**

$$-J_{d\xi\zeta} \frac{d\omega}{dt} - F_{\xi A} (s - y) + F_{\xi B} (s + y) - K_{\xi A} w_1 + K_{\xi B} w_1 - U_{\eta} b = 0$$

Dále je model popsán dvěma algebraickými rovnicemi představující vazební podmínku:

$$x \cos(\varphi_{23}) + y \sin(\varphi_{23}) - \Delta \sin(\varphi_{23}) - b(1 - \cos(\varphi_{23} - \varphi)) = 0$$

$$-x \sin(\varphi_{23}) + y \cos(\varphi_{23}) - \Delta \cos(\varphi_{23}) - b \sin(\varphi_{23} - \varphi) = 0$$

Vztahy pro kontaktní skluzové síly  $F_{\xi A}$ ,  $F_{\xi B}$ ,  $F_{\eta A}$  a  $F_{\eta B}$  respektují limitní možnou hodnotu vektorového součtu jednotlivých složek sil v daném kontaktním bodě, která je v absolutní hodnotě rovna adhezni síle.

Pro jednotlivé síly pak platí (blíže viz [3], [4], [10])

$$F_{\xi A, B} = \text{sign}(s_{\xi A, B}) f_{A, B} Q_{A, B} \left( 1 - e^{\frac{-A |s_{\xi A, B}|}{1+B |s_{\eta A, B}|}} \right); F_{\eta A, B} = \text{sign}(s_{\eta A, B}) f_{A, B} Q_{A, B} \left( 1 - e^{\frac{-C |s_{\eta A, B}|}{1+D |s_{\xi A, B}|}} \right)$$

kde  $s_{\xi A} = \frac{1}{v} \left( r_A \omega - v - s \frac{v}{R} + s \frac{d\varphi}{dt} - \frac{dx}{dt} \right)$  ... je poměrný relativní skluz k ose  $\xi$  v kontaktním bodě A

$s_{\xi B} = \frac{1}{v} \left( r_A \omega - v + s \frac{v}{R} - s \frac{d\varphi}{dt} - \frac{dx}{dt} \right)$  ... je poměrný relativní skluz k ose  $\xi$  v kontaktním bodě B

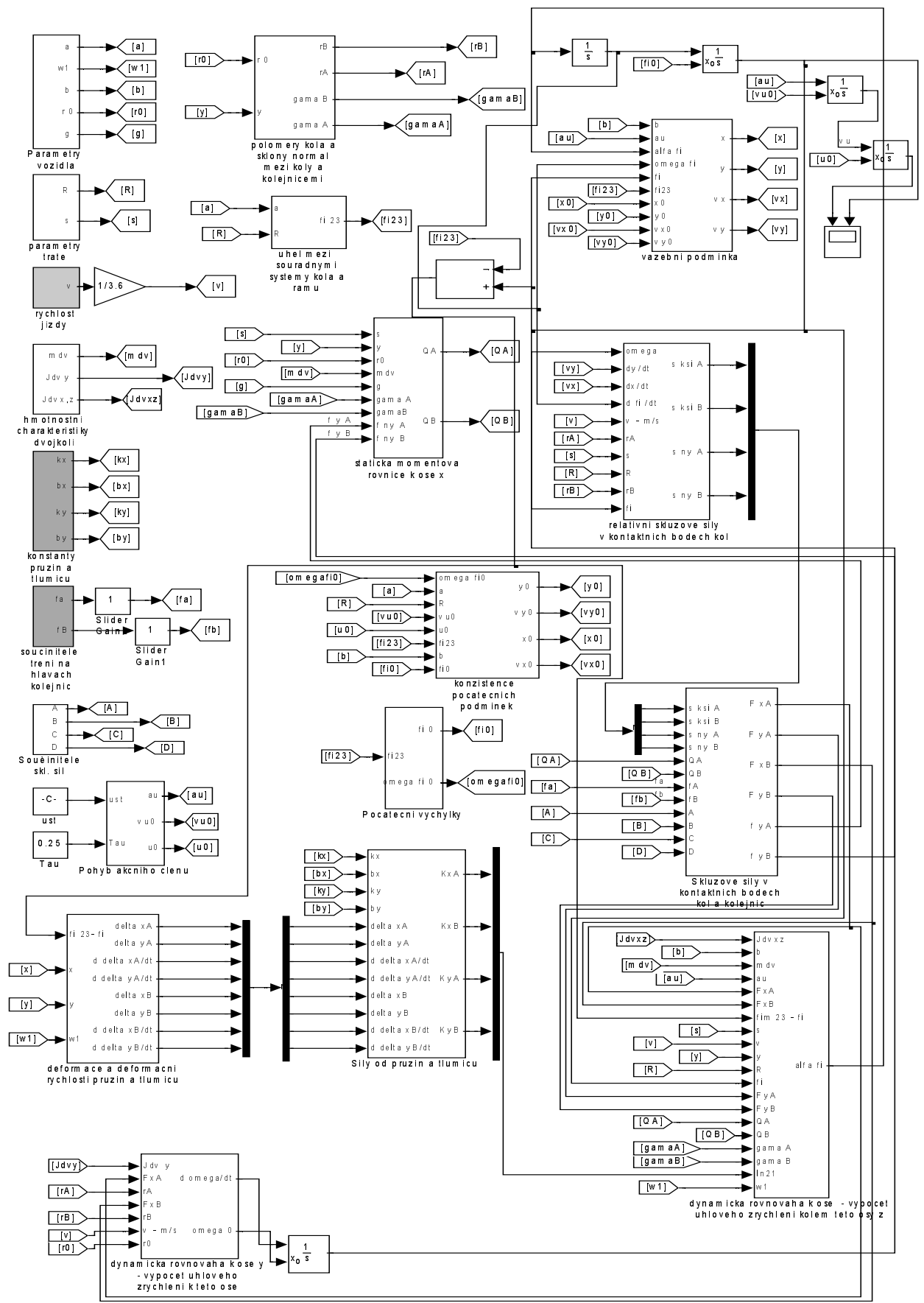
$s_{\eta A} = \frac{1}{v} \left( (R+s)\Omega - s \frac{d\varphi}{dt} + \frac{dx}{dt} \right) \sin(-\varphi) + h(y) \frac{dy}{dt}$  je poměrný relativní skluz k ose  $\eta$  v kontaktním bodě A

$s_{\eta B} = \frac{1}{v} \left( (R-s)\Omega + s \frac{d\varphi}{dt} + \frac{dx}{dt} \right) \sin(-\varphi) + g(y) \frac{dy}{dt}$  je poměrný relativní skluz k ose  $\eta$  v kontaktním bodě B

kde pro kuželová kola a kolejnici jako břit platí  $g(y)$ ,  $h(y) = 1$ .

Síly od pružin a tlumičů popisují následující vztahy

$$K_{\xi A, B} = k_x \Delta x_{A, B} + b_x \frac{d\Delta x_{A, B}}{dt}, K_{\eta A, B} = k_y \Delta y_{A, B} + b_y \frac{d\Delta y_{A, B}}{dt}.$$



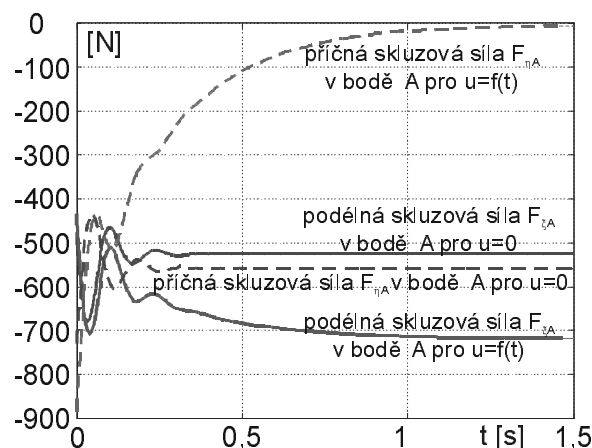
Obr. 5 Model podélně tuze vedeného dvojkolí s úhlovou pružnou vazbou

Jako vstupní veličinu systému, který byl formulován na základě popsaného odvození matematického modelu je změna polohy konce jha, jehož manipulace se předpokládá buď pomocí hydromotoru nebo elektrického servopohonu. Z hlediska uvažované regulace se jedná o akční veličina  $u$ . Výstupem je úhel natočení dvojkolí  $\varphi$  měřený od radiální polohy. Poruchové veličiny jsou u tohoto systému představovány zejména změnami parametrů tratě. Pro simulaci byly zvoleny pouze ty, u nichž je předpokládán výraznější vliv na výstupní veličinu jako je např.:

- změna součinitelů tření na vnější resp. na vnitřní kolejnici  $\Delta f_A, \Delta f_B$
- změna poloměru oblouku koleje  $\Delta R$
- akční veličina je předpokládána ve tvaru exponenciální funkce  $u = u_\infty \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$



Obr. 7 Úhel natočení dvojkolí od radiální polohy



Obr. 6 Skluzové síly na vnějším kole

#### 4. Závěr

Doposud získané výsledky simulačních experimentů jsou v souladu s existujícími poznatky z reálných situací chování dvojkolí zejména, co se týče reálnosti zachování vzájemných vztahů. Potvrzuje se tak správnost zvoleného přístupu. Simulační model lze použít k ověření funkce obvodu regulace polohy dvojkolí obzvláště z hlediska získání informace o reálně neměřitelných veličinách prostřednictvím jiných, technicky zjistitelných veličin.

Simulačně bude možné ověřit použitelnost i velmi netradičních přístupů opírajících se elektronický jízdní plán (viz [9]). Dále uplatnění těchto principů při tvorbě modelu regulovaného dvounápravového pojezdu reálného vozidla.

#### 5. Poděkování

Prezentované výsledky vznikly ve spolupráci uvedených ústavů a s podporou projektu GA ČR č. 102/01/1347. Osobní dík patří prof. Ing. J. Šibovi, DrSc. a Ing. J. Kolářovi, CSc. za konzultace k problematice kolejových vozidel.

#### 6. Kontakt na autory

České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, Technická 4, 166 07 Praha 6  
 Ing. Ján Dvořák, Ústav vozidel a letadlové techniky, [dvorakj6@student.fsfd.cvut.cz](mailto:dvorakj6@student.fsfd.cvut.cz), tel. 22435 2491  
 Doc. Ing. Bohumil Šulc, CSc., Ústav přístrojové a řídicí techniky, [sulc@fsfd.cvut.cz](mailto:sulc@fsfd.cvut.cz), tel. 22435 2531

#### Literatura

- [1] Bernhard, H.: Laufwerke neuerer Generation mit aktiver Neigetechnik. ZEV+DET 121, No. 4, S. 95-106, 1997

- [2] Baleskov, I., A., Šulov V. M.: Ispitanie systěmy prinuditělnovo povorota těležek. Promyšlennyj transport, No. 4, s. 13-14, 1985
- [3] Kalker, J.J.: On the Rolling Contact of Two Elastic Bodies in the Presence of Dry Friction. PhD Thesis, Delft University of Technology, 1973
- [4] Kalker, J.J.: Über die Mechanik des Kontaktes zwischen Rad und Schiene. ZEV+DET, No. 2,3, S. 102, 1985
- [5] Scheffel, H.: Die Konstruktion der Kreuzanker-Drehgestelle der Südafrikanischer Eisenbahnen. ZEV+DET No. 2-3, S. 109, 1985
- [6] Kolář, J.: Matematické modelování vodících vlastností kolejových vozidel. Kandidátská disertační práce. ČVUT v Praze, 1992
- [7] Groeneveld, P. J., De Pater, A. D.: The Motion of Railway Vehicles Placed on Rotation Rollers. Delft University of Technology, Laboratory of Engineering Mechanics, Report No 486, 113 pp, 1974
- [8] Wickens, A. H.: The Dynamics of Railway Vehicles on Straight Track: Fundamental Considerations of Lateral Stability. Proc. Inst. Mech. Eng. 180, pp 29-44, 1965(6)
- [9] Bitterberg, U.: Wissenbasiert Neigetechnik - mehr Komfort trotz weniger Aufwand? Der Eisenbahningenieur, No. 9, S. 26-33, 2000
- [10] Šíba, J. a kol.: Analýza vodících vlastností kolejových vozidel a minimalizace jejich interakcí s tratí. Výzkumná zpráva ČVUT v Praze, 1989
- [11] Jan, J. A., Šulc, B.: Object Oriented Owned-Built Model Library of Non-linear Thermo-Fluid Dynamic System in MATLAB-SIMULINK. 9th conference MATLAB 2001, pp 114-123, Humusoft, s.r.o. Prague 2001
- [12] Neuman, P., Šulc, B., Jan, A. J., Tauchman, M.: Simulátory parních kotlů v programu MATLAB-SIMULINK a možnosti realizace jejich operátorských rozhraní. 8. ročník konference MATLAB 2000, str. 267-275, Humusoft, Praha 2000
- [13] Šulc, B., Dlouhý, T., Hrdlička, F.: Simulated Boiler Pressure Pulsation in Comparison with Experimental Measurement. 15th Triennial World Congress IFAC, Barcelona, July 21-26, 2002