

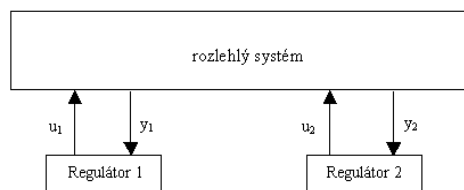
NÁVRH DECENTRALIZOVANÉHO ŘÍZENÍ METODOU DYNAMICKÉ KOMPENZACE

Milan Cepák, Branislav Reháč, Vladimír Havlena
ČVUT FEL, katedra řídicí techniky

Abstrakt: Tento příspěvek se zabývá návrhem decentralizovaného řízení rozlehlých systémů metodou dynamické kompenzace. Rozdíl tohoto řešení oproti centralizovanému spočívá v tom, že ke všem výpočtům a měřením systémových veličin nedochází v jediném místě, ale daný problém se rozkládá do jednotlivých, vzájemně se ovlivňujících subsystémů. Tak lze redukovat výpočetní i časové náročnosti řešení a minimalizovat strukturu regulátoru. Algoritmus metody byl implementován v Matlabu s využitím symbolického toolboxu a získané výsledky porovnány s klasickým návrhem.

1. Úvod

Většina rozlehlých systémů obsahuje velké množství měřených vstupů a výstupů způsobující značnou rozsáhlost nashromážděných dat. Jedna z možností, jak tento objem informace jednodušeji a rychleji zpracovávat, spočívá v implementaci decentralizované řídicí struktury. Její hlavní prvky tvoří regulátory generující akční zásahy na základě jim přiřazené množiny vstupů. Každý kontrolér tak obsluhuje určitou část soustavy, přičemž přenos dat mezi vzniklými podsystémy je dosti omezen.



Obr. 1. Příklad decentralizovaného systému

2. Decentralizované řízení

2.1 Stabilizace decentralizovaným řízením

Předpokládejme rozlehlý lineární časově invariantní systém s N regulátory,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \sum_{i=1}^N B_i u_i(t), \quad y_i(t) = C_i x(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

kde x je vektor stavu ($n \times 1$), u_i vstupní ($m_i \times 1$) a y_i výstupní vektor ($r_i \times 1$) odpovídající i -tému subsystému. Stabilizace decentralizováním spočívá v nalezení matic H_i ($m_i \times n_i$), K_i ($m_i \times r_i$), F_i ($n_i \times n_i$), S_i ($n_i \times r_i$), $i = 1, 2, \dots, N$ v rovnicích kompenzátoru

$$u_i(t) = H_i z_i(t) + K_i y_i(t), \quad \dot{z}_i(t) = F_i z_i(t) + S_i y_i(t) \quad (2)$$

tak, aby se póly uzavřené smyčky systému (1) nacházely v množině M , tj. neprázdné symetrické otevřené podmnožině komplexní roviny [1]. Symbol z_i v rovnici (2) představuje stavový vektor regulátoru ($n_i \times 1$).

Rovnice (1), (2) se dají přepsat do kompaktního tvaru

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t) \quad (3)$$

$$\dot{z}(t) = Fz(t) + Sy(t), \quad u(t) = Hz(t) + Ky(t) \quad (4)$$

kde vektory $u(t) = \{u_1^T(t) \dots u_N^T(t)\}$, $y(t) = \{y_1^T(t) \dots y_N^T(t)\}$, $z(t) = \{z_1^T(t) \dots z_N^T(t)\}$, matice $B = [B_1 \dots B_N]$, $C^T = [C_1 \dots C_N]$ a F , S , H , K jsou blokově diagonální matice (F_1, \dots, F_N) , (S_1, \dots, S_N) , (H_1, \dots, H_N) , (K_1, \dots, K_N) . Pokud se regulátor (4) zapojí k soustavě (3), získá se rozšířený systém s uzavřenou smyčkou

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+BKC & BH \\ SC & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

kteřý je stabilní, leží-li jeho póly v levé polorovině komplexní roviny.

Při stabilizaci soustav hrají velkou roli fixní módy. Ty se původně definují pro metodu „pole placement“ v centralizovaných systémech, kde odpovídají neřiditelným a nepozorovatelným módům. Zobecnění tohoto postupu lze použít i při decentralizovaném řízení.

Fixní módy představují množinu vlastních čísel matice $(A + BKC)$, které pro různé matice zpětnovazebních zesílení K zůstávají neměnné. K jejich nacházení se používá například Davisonův algoritmus [1]. Poloha módů poskytuje informace o stabilizovatelnosti uzavřené smyčky. Jak se dá najít v [2], systém (3) lze asymptoticky stabilizovat řízením (4) tehdy a jen tehdy, je-li množina fixních módů systému se zavedenou zpětnou vazbou

$$\dot{x}(t) = (A + BKC)x(t) \quad (6)$$

obsažena v levé polovině komplexní roviny.

2.2 Decentralizace metodou dynamického kompenzátoru

Mějme říditelnou a pozorovatelnou soustavu (3), k níž hledáme dynamický kompenzátor (4), přičemž póly uzavřené smyčky systému

$$\dot{x}(t) = (A + BKC)x(t) + BH z(t) \quad (7)$$

mají předepsanou polohu.

Algoritmus metody kompenzace vychází z indexů říditelnosti a pozorovatelnosti určujících, o kolik bude daný centralizovaný systém rozšířen. Nechť tedy

$$\text{hod}[b_1 \dots A^{n_{c_1}} b_1 \dots b_m \dots A^{n_{c_m}} b_m] = n, \quad \text{hod}[c_1^T \dots A^{n_{o_1}} c_1^T \dots c_m^T \dots A^{n_{o_m}} c_m^T] = n \quad (8)$$

kde n je hodnota matice A , n_c a n_o indexy říditelnosti a pozorovatelnosti systému. Hodnota menšího z nich určuje řád rozšíření systému η , čímž vzniknou následující triplety:

$$A_\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{matrix} \eta \\ n \end{matrix}, \quad B_\eta = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix} \begin{matrix} \eta \\ m \end{matrix}, \quad C_\eta = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{matrix} \eta \\ n \end{matrix} \quad (9)$$

O existenci zpětnovazební matice K zajišťující žádanou polohu pólů $\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ uzavřené smyčky $A + BKC$ pojednává [3]. Následně lze definovat matici K_η (matice K rozšířená vzhledem k tripletům (9)) o rozměrech $(m + \eta) \times (r + \eta)$, popisující kompenzátor, s blokovou strukturou

$$K_\eta = \begin{bmatrix} F_1 & & & S_1 & & \\ & \ddots & & & \ddots & \\ & & & F_N & & S_N \\ H_1 & & & K_1 & & \\ & \ddots & & & \ddots & \\ & & & H_N & & K_N \end{bmatrix} \begin{matrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_N \\ m_1 \\ \vdots \\ m_N \end{matrix} \quad (10)$$

$\eta_1 \quad \dots \quad \eta_N \quad r_1 \quad \dots \quad r_N$

o submaticích F_i, S_i, H_i, K_i s rozměry $(\eta_i \times \eta_i), (\eta_i \times r_i), (m_i \times \eta_i), (m_i \times r_i)$, pro něž platí

$$m = \sum_{i=1}^N m_i, \quad r = \sum_{i=1}^N r_i \quad \text{a} \quad \eta = \sum_{i=1}^N \eta_i. \quad \text{Detailnější popis algoritmu lze například nalézt v [3], [4].}$$

3. Dynamický kompenzátor v Matlabu

Základem vytvořené matlabské funkce jsou dva kroky. První spočívá v řešení soustavy rovnic vzhledem k neznámým koeficientům matice K , kdy levé strany obsahují parametrické vyjádření vlastních čísel matice $(A+BKC)$ a pravé požadované póly. Lze získat tři možné varianty výsledku: první, jednoznačnou, kdy hledaným neznámým odpovídají vždy jediné hodnoty; druhou, víceznačnou, reprezentovanou menším počtem rovnic než je proměnných, takže se dané parametry dají libovolně volit; a třetí, nedávající žádné řešení. Toto může nastat v případě, že algoritmus k zadaným pólům nenalezne odpovídající koeficienty matice K .

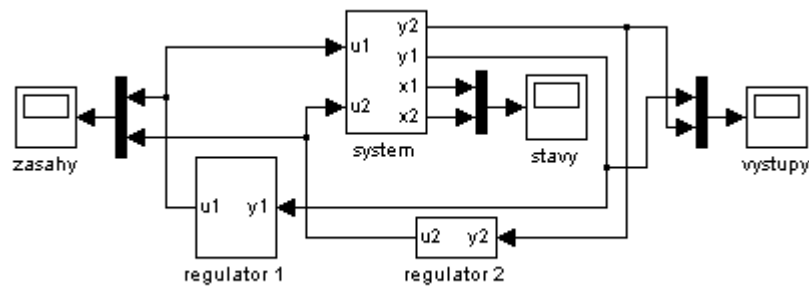
Druhý krok představuje určování nenulových prvků matic H, S, F , a to tak, aby byly splněny požadavky na hodnotu rozšířených pólů. Postup vede na jednu rovnici o více neznámých, takže hledané parametry lze kromě jednoho libovolně zvolit (většinou u matic H a S) a poslední dopočítat (matice F).

Největší problém představovalo zobecnění metody pro různé řády vstupních matic. Vzhledem k tomu, že Matlab neumožňuje vytvořit parametrickou matici požadované velikosti ani se nedá implicitně definovat určité množství symbolických proměnných, bylo nezbytně nutné vytvořit funkci, která by toto prováděla. Ta je založena na sestavení matice s řetězcově reprezentovanými parametry a číselnými označeními jejich lokace.

Obecnou využitelnost algoritmu také ztěžovalo používání matlabského příkazu *solve*, řešící soustavy algebraických rovnic. Decentralizované řízení systémů o odlišných řádech vyžaduje proměnné množství těchto rovnic, resp. argumentů funkce *solve*. Proto vznikla funkce umožňující flexibilně měnit počet a pořadí parametrů, které navíc není třeba zadávat v řetězcové podobě, ale například jako prvky vektoru. Její podstatou jsou stringové operace, kterými se jednotlivé rovnice soustavy upravují, aby se daly použít jako argumenty *solve*. Získané výsledky se ukládají do odpovídajících proměnných a používají se pro další výpočty v algoritmu.

4. Simulační schéma

Pro modelování decentralizovaného řízení byl použit Simulink. Jeho schéma pro soustavu se dvěma vstupy a dvěma výstupy se nachází na obr. (1). Blok *system* odpovídá stavovému popisu zadané soustavy, kterou je nutné decentralizovat. Další část náčrtu (*regulátor 1*, *regulátor 2*) spočívá ze dvou kontrolérů provádějících vlastní decentralizaci. Jejich struktura může být libovolná; záleží na vstupním systému, zda dojde k implementaci standardního dynamického kompenzátoru nebo obyčejného zpětnovazebního regulátoru s proporčním zesílením.



Obrázek 1 – Simulační schéma

5. Výsledky

Pro simulace se používal systém druhého řádu s popisem

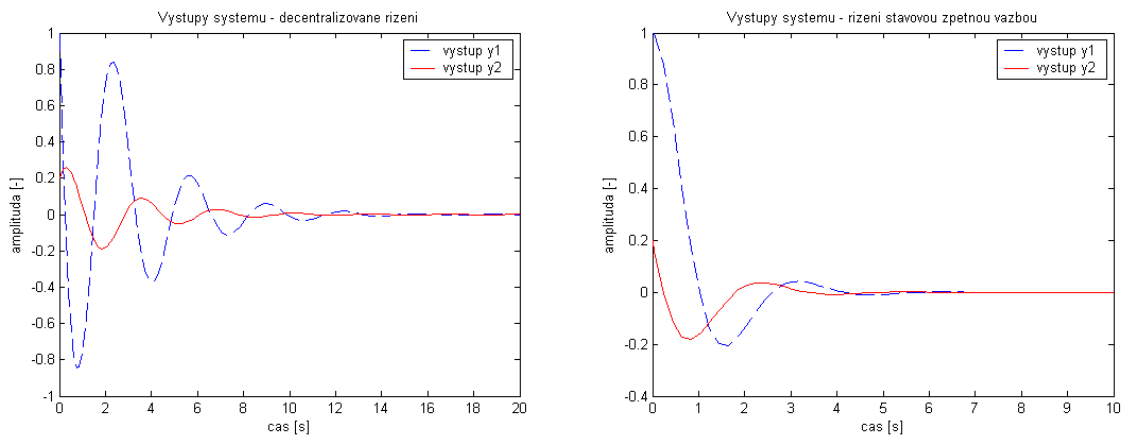
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} x \quad (11)$$

Vlastní čísla soustavy jsou $\lambda(A) = (0, -2)$. Systém se tedy nachází na mezi stability. Úkolem je najít pro něj takové decentralizované řízení, aby všechny póly uzavřené smyčky ležely v levé komplexní polorovině.

Soustava nemá podle Davisonova algoritmu [1] fixní módy, lze tedy přikročit k návrhu řízení metodou kompenzátoru. Rozšířený systém má tři řádky a tři sloupce; z této struktury plyne počet požadovaných pólů. V prvním kroku metody se volbou pólů $\lambda(A + BKC) = (-1 \pm 2j)$ získá implicitní řešení soustavy rovnic; jeden parametr se libovolně zadává. Následuje volba rozšířeného pólu $\lambda_1 = -1$. Výsledkem je jedna rovnice se třemi neznámými, opět se tedy odpovídající proměnné volí. Finální matice kompenzátoru mají následující tvar

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} y, \quad u = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} y \quad (12)$$

Ze stavových rovnic (12) lze vyvodit, že v obecném schématu (obr. 1) tvoří *regulátor 1* dynamický kompenzátor a *regulátor 2* zpětnovazební regulátor. Průběhy jednotlivých výstupů decentralizované a centralizované soustavy regulované zpětnou vazbou od stavu (žádané póly $-1 \pm 2j$) jsou zobrazeny na obr. 2. Počáteční podmínky integrátorů mají hodnoty $(0.1, 0.2)$.



Obrázek 2 – Decentralizované a centralizované řízení

Kmitavost odezvy při decentralizovaném řízení souvisí s žádanou polohou pólů. Při zmenšování jejich imaginárních částí bude docházet k minimalizaci překmitů průběhu. Omezení je jediné: aby soustav rovnic měla při hledání matice K řešení, reálné části pólů musí mít velikost -1 .

Algoritmus byl také testován pro neřídké matice větších rozměrů. Při řešení symbolických soustav rovnic se však vyskytovaly výpočetní problémy, neboť se v nich nacházely velmi komplikované nelineární vztahy. Současná aplikovatelnost metody je tak omezena; lze ji používat jen na menší matice, obsahující nulové prvky. Zvýšení její použitelnosti bude předmětem další práce.

6. Závěr

V Matlabu byla pro řešení úlohy decentralizovaného řízení systémů implementována a na příkladě otestována metoda dynamického kompenzátoru.

Reference

- [1] Davison, E. J. (1976). Decentralized stabilization and regulation in large multivariable systems. In: Ho, Y. C., Mitter S. K. *Directions in Large-Scale Systems*. Plenum Press, New York. s. 303 – 323.
- [2] Wang, S. H., Davison, E. J. (1973b). On the stabilization of decentralized control systems. In.: *IEEE Transactions on Automatic Control*. AC-18: 473 – 478.
- [3] Brasch, F. M., Pearson, J. B. (1970). Pole placement using dynamic compensators. In.: *IEEE Transactions on Automatic Control*. AC-15: 34 – 43.
- [4] Jamshidi, M. (1983). *Large-Scale Systems – Modeling and Control*. Elsevier North Holland, New York.
- [5] Jamshidi, M. (1996). *Large-Scale Systems: Modeling, Control and Fuzzy logic*. Prentice Hall, New York.

Kontakt

Milan Cepák
 ČVUT, katedra řídicí techniky
 Karlovo náměstí 13
 121 35 Praha 2
 tel. 2/24357279
 cepakm@control.felk.cvut.cz