

# VYUŽITÍ MATLABU PRO MODELOVÁNÍ INTERFEROGRAMŮ PROUDÍCÍHO PLYNU S RŮZNÝM INDEXEM LOMU

Jiří Olejníček

Pedagogická fakulta, Jihočeská univerzita

**Abstrakt:** Příspěvek se zabývá využitím Matlabu pro modelování interferogramů proudícího plynu, jehož index lomu je za normální teploty a tlaku odlišný od indexu lomu vzduchu. Obsahuje jak modely pro různá teplotní a tlaková pole studovaných objektů, tak modely pro směsi plynů různých koncentrací. Kromě rotačně symetrických procesů jsou v článku popsány i nesymetrické modely vícejetových systémů, jejichž interferogramy nelze za normálních okolností vyhodnocovat. Článek je zaměřen především na srovnání vzduchu, argonu a helia jako použitého pracovního plynu při bariérovém výboji používaném pro depozici tenkých vrstev.

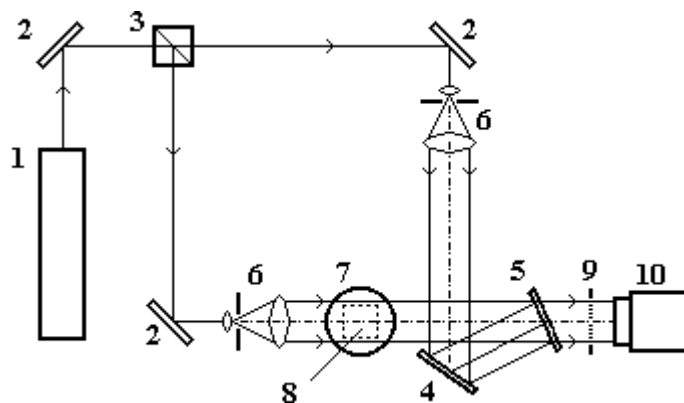
## Úvod

V poslední době roste zájem o depozici tenkých vrstev za atmosférického tlaku. Technologická úprava povrchů totiž představuje stále důležitější součást mnoha odvětví průmyslu. Mezi dosud nejrozšířenější postupy patřily galvanické technologie, které jsou však v poslední době vytlačovány technologiemi plazmochemickými. Ty mají mimo jiných výhod i menší ekologicky škodlivý dopad. Předmětem našeho studia je pochodňový bariérový výboj, který lze právě k podobným depozicím s úspěchem využít. Aby byla jeho aplikace v praxi úspěšná, je třeba dobře znát odpovídající parametry výboje. Mezi ty, které nejvíce ovlivňují studovaný jev, patří teplota a tlak uvnitř plazmatického kanálu a v neposlední řadě především druh použitého pracovního plynu a jeho koncentrace podél výbojového kanálu.

Ke studiu procesů popsaných v tomto článku byl použit holografický interferometr, který vizualizuje optické nehomogenity uvnitř studované oblasti a s jehož pomocí lze v případě rotační symetrie fázového objektu spočítat rozdělení indexu lomu a s ním spojenou distribuci stavových veličin.

Princip interferometru je založen na interferenci dvou světelných vln, které prochází jedním místem v různých časech. Toho je docilováno hologramem, umístěným na obrázku v pozici 5, který rekonstruuje původní nedeformovaný předmětový svazek, jež posléze na stínítku CCD kamery interferuje s deformovaným předmětovým svazkem, procházejícím studovanou oblastí 8 v době snímání experimentu. Míra deformace svazku je závislá právě na distribuci stavových veličin uvnitř fázového objektu a ovlivňuje tak i prohnutí interferenčních čar ve výsledném interferogramu.

V praxi se většinou postupuje tak, že se pořídí interferogram studovaného jevu (zapálený výboj, hořící svíčka, proudící plyn apod.) a posléze je zdigitalizovaný záznam vyhodnocen počítačem. Pro výpočet distribuce stavových veličin je však nutný předpoklad



**Obr. 1:** 1 laser, 2 zrcadlo, 3 dělič, 4 zrcadlo regulující šířku proužků, 5 hologram, 6 prostorový filtr, 7 recipient, 8 fázový objekt, 9 barevný filtr, 10 CCD kamera

rotační symetrie, neboť obdržena informace v interferogramu je pouze dvojrozměrná, zatímco hledaná závislost je obecně funkcí všech tří prostorových souřadnic. Tento fakt ale výrazně diskriminuje vyhodnocovací proces, neboť většina reálných přírodních jevů tuto symetrii nevykazuje. Obejít tento problém lze částečně pomocí optické tomografie což znamená snímat studovaný proces z několika různých směrů, nebo pomocí počítačového modelování takového nesymetrického jevu a srovnáním modelového interferogramu s jeho reálným „kolegou“

## Modelování interferogramů

Pro úspěšné vytváření modelových interferogramů je třeba znát fyzikální závislost mezi stavovými veličinami a indexem lomu. Právě změna indexu lomu způsobuje deformaci předmětového paprsku, čímž dojde k prohnutí interferenčních proužků. Vztah mezi indexem lomu plynu a odpovídajícími stavovými veličinami je popsán Gladstone-Daleovou rovnicí:

$$n - 1 = \frac{3A}{2R} \cdot \frac{p}{T} = C \cdot \frac{p}{T} \quad (n \approx 1), \quad (1)$$

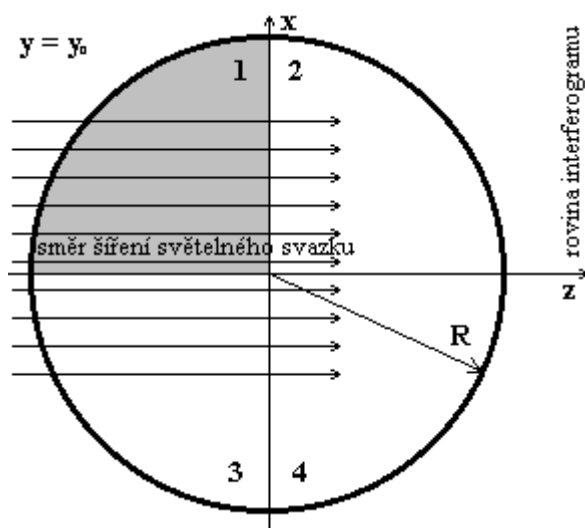
ve které  $p$  představuje tlak plynu,  $T$  jeho termodynamickou teplotu a  $C$  je takzvaná charakteristika prostředí, která je pro daný druh plynu konstantní. Uvedený vztah však platí pouze pro  $n$  blízké jedné. Tento předpoklad je důležitý pro další vztah, tzv rovnici ideální interferometrie, která již vyjadřuje závislost fázového posunu na distribuci indexu lomu:

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0 n_0} \cdot \int [n(x, y, z) - n_0] dr \quad (2)$$

V ní  $\lambda_0$  představuje vlnovou délku použitého laseru a  $n_0$  index lomu mimo studovanou oblast. Rovnice je založena na předpokladu, že světelný paprsek se šíří přímočaře a změnou indexu lomu není vychylován, ze svého původního směru. Hodnota  $\delta\varphi$  tak představuje rozdíl optických drah paprsků procházejících neporušeným prostředím a paprsku jdoucím fázovým objektem a je jedinou veličinou, kterou lze odečíst přímo z interferogramu. Tyto dvě rovnice jsou základem pro vlastní výpočet modelů.

Schéma modelového experimentu je znázorněno na dalším obrázku. Pro zjednodušení výpočtu je směr chodu paprsků světelného svazku volen jako rovnoběžný s osou  $z$ . Pro fázový objekt v prvním přiblížení platí, že je v každé rovině  $y = y_0$  rotačně symetrický a distribuce stavových veličin a tedy i indexu lomu je pouze funkcí vzdálenosti od osy symetrie a  $y$ -ové souřadnice. Vzhledem k tomuto faktu postačí integraci optické dráhy světelného paprsku provádět pouze v oblasti označené 1. Dráhový rozdíl způsobený průchodem ostatními oblastmi je totožný.

Ještě rychlejší metodou výpočtu fázového posunu je však užití Abelovy transformace. Ta předpokládá rozdělení studované oblasti do skupiny soustředných mezikruží šířky  $\Delta r$ , přičemž hodnota indexu lomu uvnitř



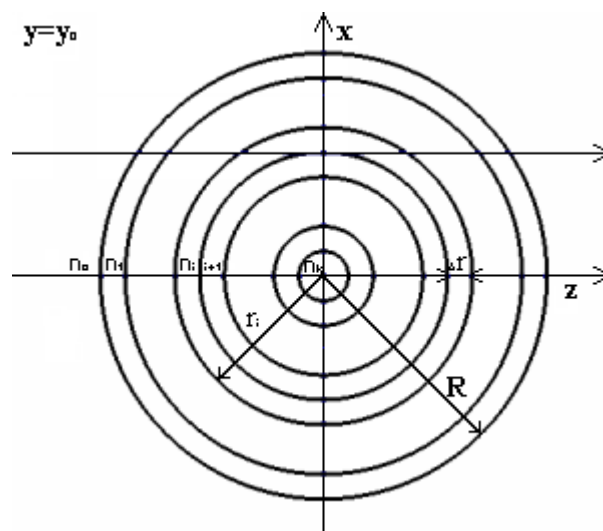
**Obr. 2:** Schéma průchodu paprsků fázovým objektem

každého mezikruží je konstantní. Výsledná hodnota fázového posunu  $\delta\varphi$  je pak dána následující dvojicí rovnic:

$$\delta\varphi_i = \frac{4\pi}{\lambda_0} \cdot \Delta r \cdot \sum_{j=1}^i n_j \cdot A_{ji} \quad (3)$$

$$A_{ji} = \sqrt{(k-j+1)^2 - (k-i)^2} - \sqrt{(k-j)^2 - (k-i)^2}, \quad (4)$$

kde  $\delta\varphi_i$  je fázový posun „ $i$ -tého“ paprsku, tedy svazku procházejícího skrz první, druhé, ... až  $i$ -té vnější mezikruží,  $\lambda_0$  je vlnová délka laseru v nedeformovaném prostředí a elementy  $\Delta r \cdot A_{ji}$  představují délku dráhy, kterou  $i$ -tý paprsek urazí při průchodu  $j$ -tým mezikružím. Pro lepší pochopení je celá situace znázorněna na obrázku 3. Je-li tedy vodorovný rozměr interferogramu  $2k$  pixelů, je fázový objekt rozřezán na  $k$  mezikruží (za předpokladu, že sféra působnosti fázového objektu zabírá celou šířku snímané oblasti) a posléze vypočítán odpovídající fázový posun  $\delta\varphi$ . Uvedený algoritmus je přibližně o řád rychlejší než původně popsaná numerická integrace podél dráhy světelného paprsku. Inverzní Abelovu transformaci, tedy proces, při kterém se ze známé hodnoty  $\delta\varphi$  a vzdálenosti daného elementu od osy symetrie počítá distribuce indexu lomu lze s úspěchem využít při vyhodnocování reálných interferogramů.



**Obr. 3:** Schéma fázového objektu – Abelova transformace

Problematika modelového interferogramu se mírně zkomplikuje při předpokladu, že index lomu uvnitř studované oblasti není pouze funkcí teploty a tlaku ale také koncentrace použitého pracovního plynu. Jak naznačuje následující tabulka, je hodnota indexu lomu různých druhů plynu za pokojové teploty a tlaku značně rozdílná.

Plyn	Index lomu	Plyn	Index lomu
H <sub>2</sub>	1,000139	Ar	1,000281
He	1,000036	vzduch	1,000293
N <sub>2</sub>	1,000299	H <sub>2</sub> O	1,000254
O <sub>2</sub>	1,000271	Cl <sub>2</sub>	1,000773
HCl	1,000447	CO <sub>2</sub>	1,000449
H <sub>2</sub> S	1,000630	NO	1,000297
NH <sub>3</sub>	1,000376	CH <sub>4</sub>	1,000444
CO	1,000340		

**Tab. 1:** Index lomu vybraných plynů při teplotě 0°C, tlaku 101,325 kPa a vlnové délce použitého světla 589,3 nm.

Námi studované plyny byly vzduch, argon a helium. Jak je vidět, je hodnota indexu lomu argonu velmi blízká hodnotě indexu lomu vzduchu, zatímco index lomu helia je výrazně odlišný. Již samotná přítomnost helia tedy naruší paralelní strukturu interferenčních čar, či v případě interferometru seřizeného na nekonečnou šířku proužků vyvolá vznik

interferenčního obrazce. Naproti tomu index lomu argonu je tak blízký indexu lomu vzduchu, že výsledný interferogram téměř nijak neovlivní. Jak budou vypadat výsledné interferogramy napoví následující dvojice rovnic.

Pro index lomu směsi plynů platí jednoduchý vztah

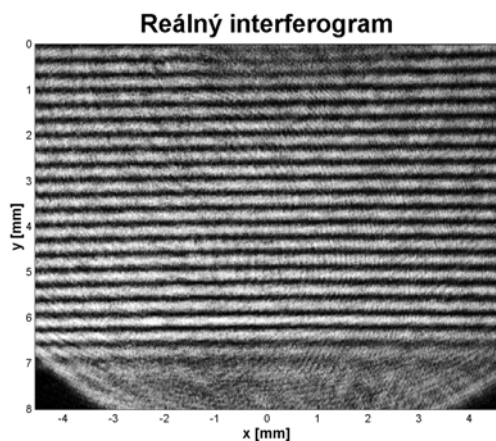
$$n = \sum_i c_i \cdot n_i, \quad (5)$$

ve kterém  $c_i$  představuje parciální molekulovou koncentraci a  $n_i$  index lomu  $i$ -té složky směsi. Po dosazení z rovnice (1) a jednoduché úpravě obdržíme následující výraz pro výsledný index lomu směsi:

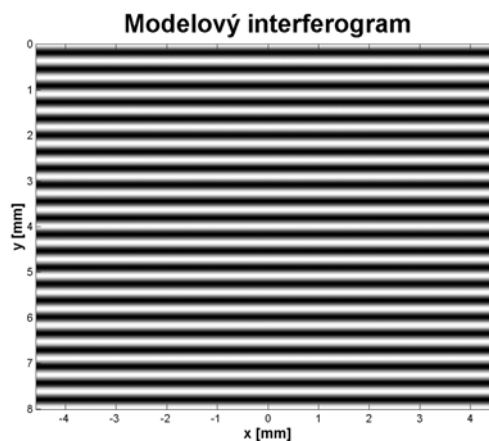
$$n = \sum_i \left[ c_i \cdot \left( \frac{p_i}{p_{0i}} \cdot \frac{T_{0i}}{T_i} \cdot (n_{0i} - 1) + 1 \right) \right] \quad (6)$$

V poslední rovnici představují jednotlivé znaky následující veličiny:  $c_i$  – parciální molekulární koncentrace  $i$ -té složky směsi,  $p_i/p_{0i}$  – poměrná změna tlaku  $i$ -té složky,  $T_{0i}/T_i$  – poměrná změna termodynamické teploty a  $n_{0i}$  – index lomu  $i$ -té složky při tlaku  $p_{0i}$  a teplotě  $T_{0i}$ .

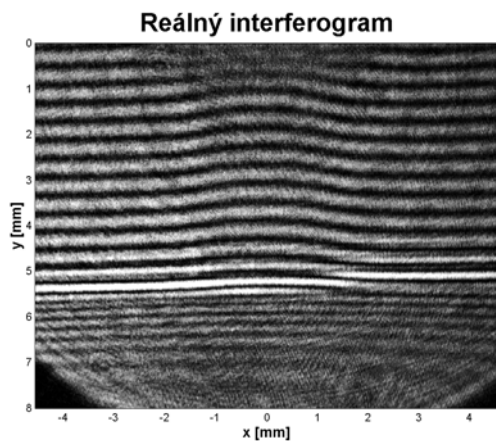
## Výsledky



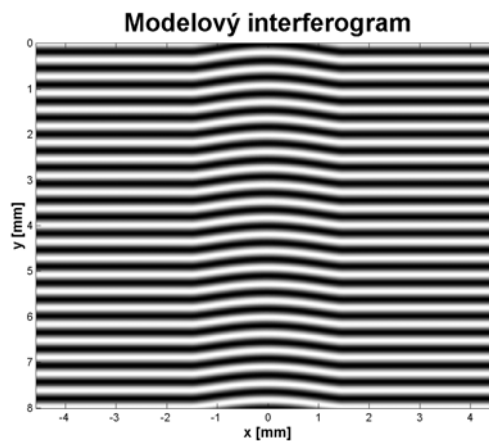
**Obr. 4:** Reálný interferogram neporušeného prostředí. Rozměry interferogramu jsou  $9,15 \times 8 \text{ mm}^2$ . Rozměry v pixelech  $480 \times 420$ .



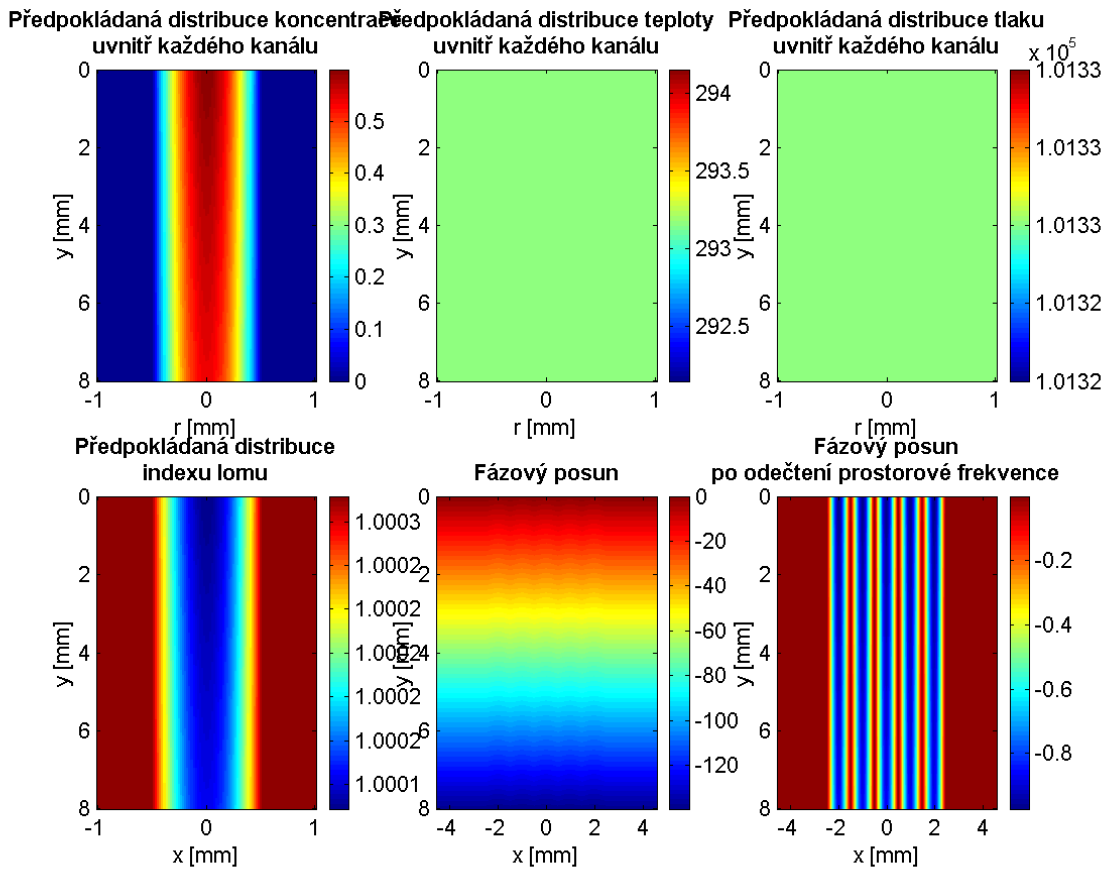
**Obr. 5:** Modelový interferogram téže situace. Rozměry obou interferogramů jsou totožné. ( $9,15 \times 8 \text{ mm}^2$ ,  $480 \times 420$  pixelů)



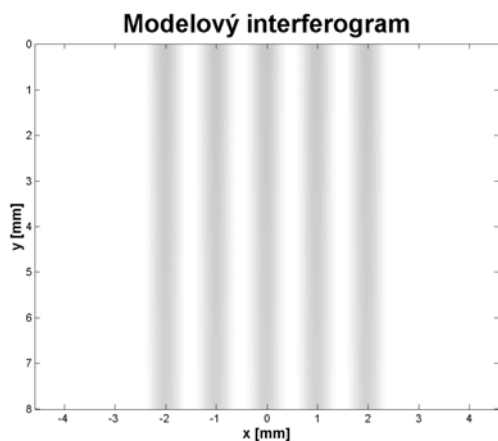
**Obr. 6:** Reálný interferogram proudícího helia. Rozměry  $9,15 \times 8 \text{ mm}^2$ ,  $480 \times 420$  pixelů.



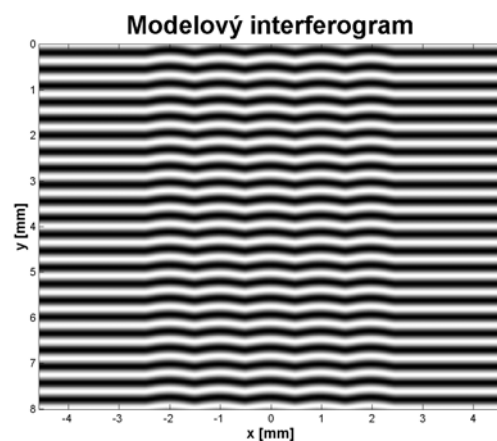
**Obr. 7:** Modelový interferogram téže situace. Rozměry obou interferogramů jsou totožné.



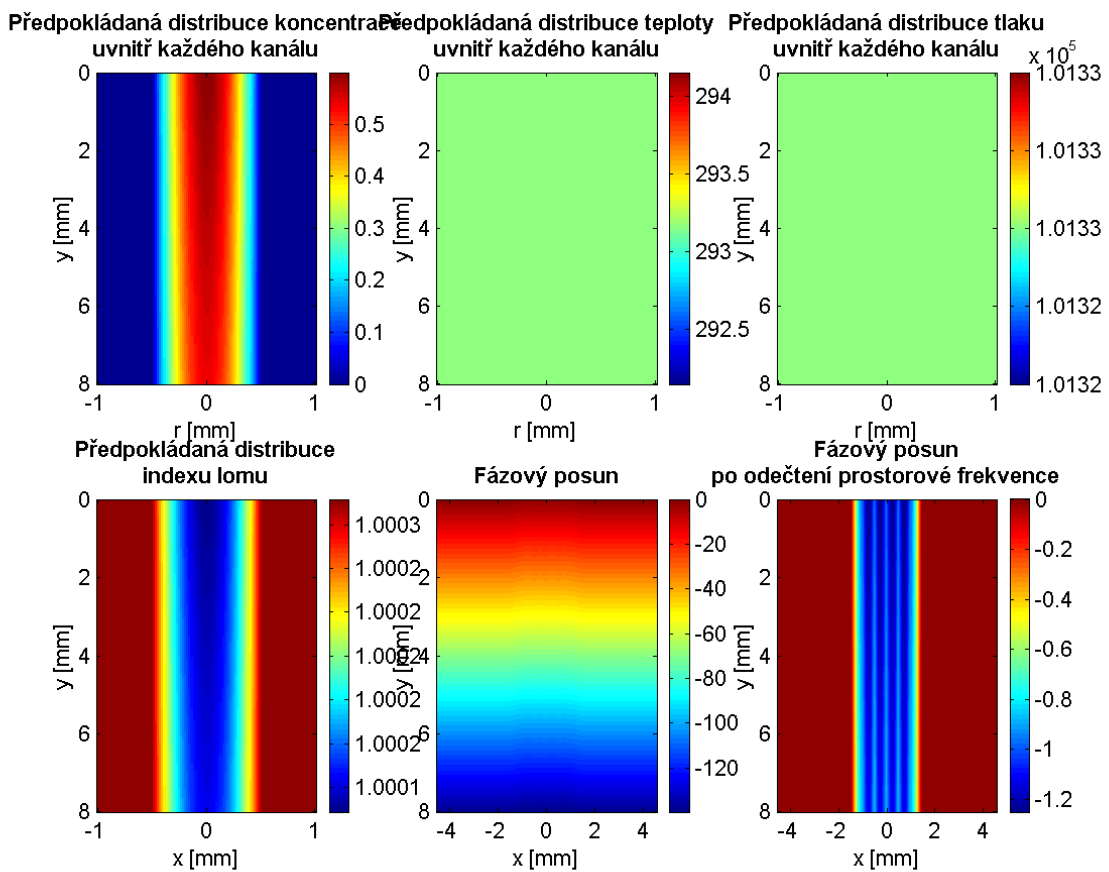
**Obr. 8:** Předpokládaná distribuce stavových veličin pro výpočet interferogramu 5-jetového systému trysek s proudícím heliem. Odshora zleva: distribuce koncentrace helia uvnitř každého jetu, distribuce teploty (konstantní), distribuce tlaku (konstantní), spočtená distribuce indexu lomu, výsledný fázový posun a fázový posun po odečtení prostorové frekvence. Celá situace je řešena pro případ, kdy předmětový svazek prochází kolmo na rovinu jednotlivých trysek a nedochází k vzájemné interakci pracovního plynu mezi jety. Vnitřní průměr trysek je 1 mm, rozměry snímané oblasti  $9,15 \times 8 \text{ mm}^2$  a  $480 \times 420$  pixelů.



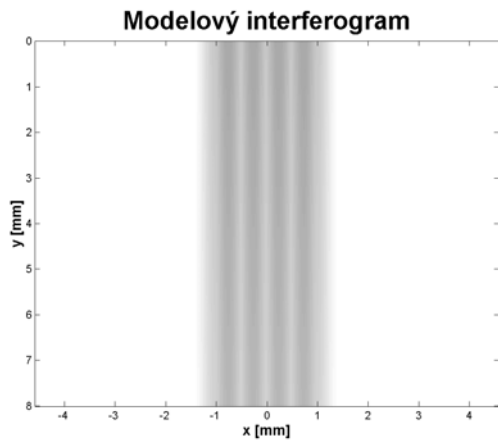
**Obr. 9:** Modelový interferogram předchozí situace pro interferometr seřizený na nekonečnou šířku proužků. Světlý odstín proužků dokazuje, že maximální hodnota fázového posunu je menší než  $\pi$ .



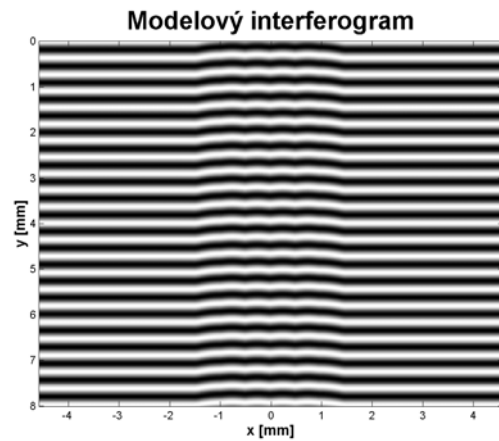
**Obr. 10:** Modelový interferogram téže situace pro interferometr seřizený na konečnou šířku proužků. Rozměry obou obrázků jsou stále  $9,15 \times 8 \text{ mm}^2$ , případně  $480 \times 420$  pixelů.



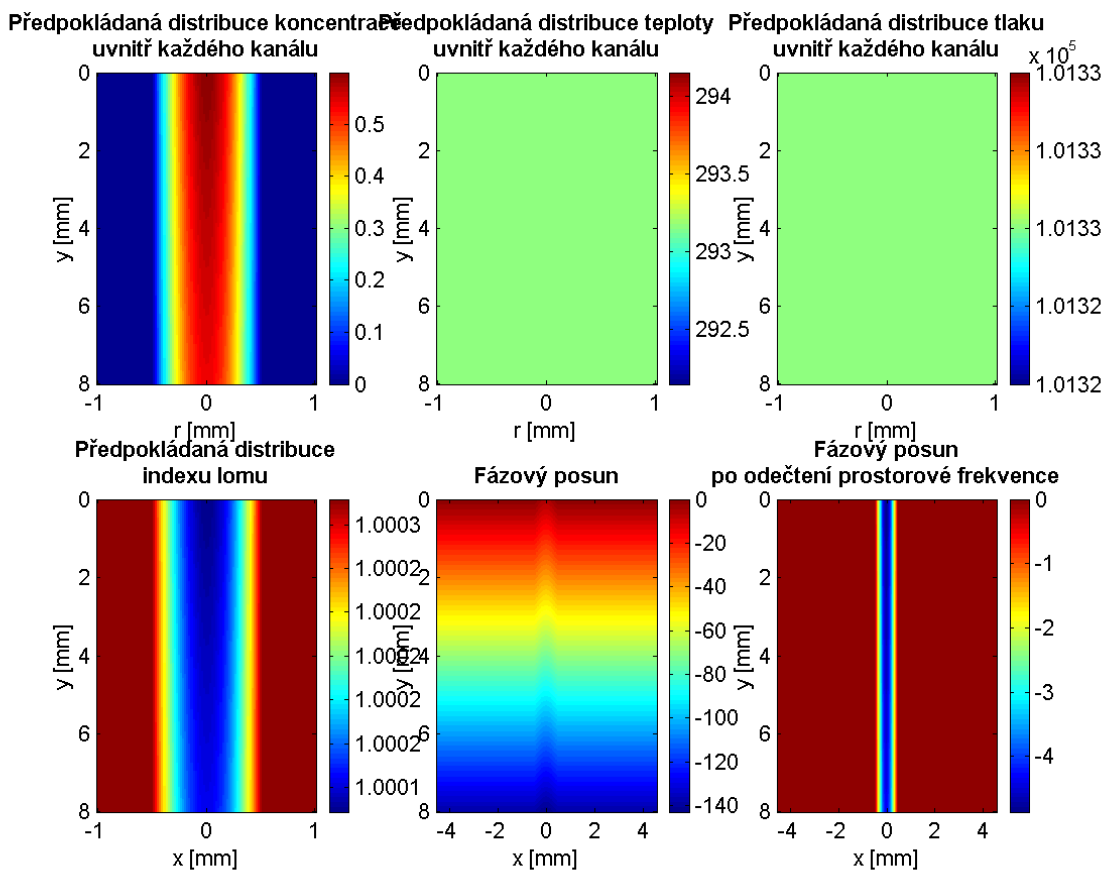
**Obr. 11:** Předpokládané distribuce stavových veličin. Stejná situace jako na obrázku 8. Rozdíl je pouze v úhlu průchodu předmětového svazku, který v tomto případě svírá s rovinou procházející tryskami  $30^\circ$ . To má za následek větší fázový posun v místech vícenásobného průchodu světelného paprsku.



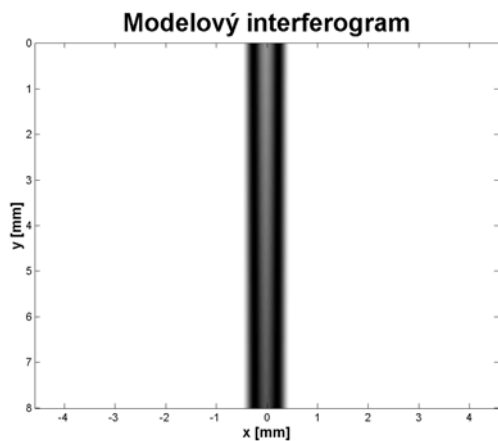
**Obr. 12:** Modelový interferogram předchozí situace pro interferometr seřizený na nekonečnou šířku proužků.



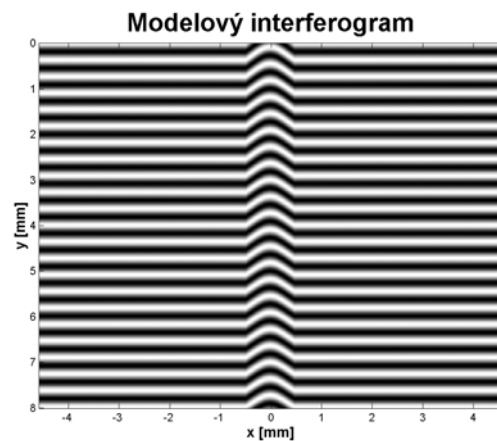
**Obr. 13:** Modelový interferogram téže situace pro interferometr seřizený na konečnou šířku proužků.



**Obr. 14:** Předpokládané distribuce stavových veličin. Předmětový paprsek prochází rovnoběžně s rovinou trysek, čímž dochází ke kumulaci jednotlivých fázových posuvů. Výsledný fázový posun na obr. 14-f by tak měl být pětinašobný oproti hodnotě z obrázku 8-f.



**Obr. 15:** Modelový interferogram předchozí situace pro interferometr seřazený na nekonečnou šířku proužků.



**Obr. 16:** Modelový interferogram téže situace pro interferometr seřazený na konečnou šířku proužků.

## **Závěr:**

Prezentovaná práce se zabývá tvorbou a modelováním interferogramů prostřednictvím Matlabu. Původním smyslem jednotlivých modelů především nesymetrických vícejetových systémů bylo ukázat, že výsledné fázové změny jsou i při používaných rozměrech trysek a velikosti snímané oblasti dobře odečitatelné z interferogramu. Vytvořený program, který v rámci práce vznikl, taktéž jednoznačně dokazuje, že při daných rozměrech studovaných systémů musí být řád odchylky indexu lomu používaných plynů alespoň  $10^{-4}$  aby deformace interferenčních čar byly měřitelné.

Modelové interferogramy samozřejmě nemohou nahradit původní reálné interferogramy studovaných procesů. Slouží však jako vodítko pro kontrolu správnosti a přesnosti experimentů, či jako informace zda má vůbec smysl daný proces touto optickou metodou studovat. V mnohých případech se ukazuje, že výsledné fázové změny jsou natolik malé, že spočtené hodnoty až příliš úzce korespondují s přesností odečítaných informací.

## **Poděkování:**

Poděkování za finanční podporu patří výzkumnému projektu MSM 124100004.

## **Literatura:**

- Blažek, J., Kříž, P., Holographic interferometry of the weakly ionized plasma, *WDS 00,Part II*, 260-264, Prague, 2000.
- Blažek, J., Kříž, P., Numerical methods concerning optical diagnostics of low temperature plasma, *WDS 01,Part II*, 385-389, Prague, 2001.
- Liška, M., Kovář, L., Samek, O., Holographic interferometry of plasma of arc discharge, *Jemná mechanika a optika*, 1-2, 9-13, 1994.
- Novák, M., Šícha, M., Kapička, V., Jastrabík, L., Soukup, L., Hubička, Z., Klíma, M., Slaviček, P. and Brablec, A., Generation of supersonic plasma flow by means of unipolar RF discharges, *J. Phys IV France 7*, Collogue C4, Suplément au Journal de Physique III d'octobre 1997, 331-339, 1997.
- Olejníček, J., Optical methods of visualization of gas, *WDS 00,Part II*, 254-259, Prague, 2000.
- Olejníček, J., Study of the flowing gas by holographic interferometry, *WDS 01,Part II*, 390-393, Prague, 2001.
- Tichý, M., Šícha, M., Bárdoš, L., Soukup, L., Jastrabík, L., Kapoun, K., Touš, J., Mazanec, Z. and Soukup, R.J., A Study of the Gas Flow in the RF Low-Pressure Supersonic Jet Plasma Chemical System, *Contrib. Plasma Phys.*, 34, 765-772, 1994.