

UŽITÍ MATLABU V KOLORIMETRII

J. Novák, A. Mikš

Katedra fyziky, FSv ČVUT, Praha

Kolorimetrické metody jsou velmi často používány jako diagnostické metody v řadě oblastí vědy a techniky. V článku jsou ukázány příklady počítačového modelování základních kolorimetrických metod a analýza kolorimetrických dat v prostředí MATLAB.

1. Úvod

Kolorimetrické metody se velmi často používají k různým účelům ve vědě a technice. Základní názvosloví a kolorimetrická data jsou uvedena v normě [1]. Pro praktické aplikace kolorimetrických metod je vhodné použití počítačových metod, které umožňují kolorimetrická data jednoduše analyzovat a dále zpracovávat. Tato práce se zaměřuje na možnost usnadnění a zautomatizování výpočtů při měření barev.

2. Vnímání a měření barev

Dopadá-li světlo určitého spektrálního složení do oka, vzniká v mozku barevný vjem, barva. Světlo je charakterizováno *světelným tokem*, který je mírou účinnosti světla při vyvolání vjemu jasu, *vlnovou délkou* jíž odpovídá vjem barvy zvaný *tón* a *čistotou* jíž odpovídá *sytnost*. Subjektivní barevné vjemy můžeme vyjádřit číselnými hodnotami, které přesně vystihují barvu. Podle normy *Mezinárodní osvětlovací komise (CIE)* z roku 1931, vzniklé na základě měření velkého počtu pozorovatelů, se předpokládá, že oko vnímá třemi orgány, jejichž citlivost k barvám je vyjádřena *barevnými podněty (trichromatickými členiteli)* $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$ spektrální barvy vlnové délky λ . *Barevnými souřadnicemi (trichromatickými souřadnicemi)* příslušné spektrální barvy nazýváme veličiny

$$x = \frac{\bar{x}}{\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}}, \quad y = \frac{\bar{y}}{\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}}, \quad z = \frac{\bar{z}}{\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}}. \quad (1)$$

Protože platí $x + y + z = 1$, stačí k definici barvy znát jenom dvě z těchto veličin. Barevné podněty spolu s barevnými souřadnicemi, v závislosti na vlnové délce světla, jsou uvedeny v **tabulce 1**. Spojnice konců křivky, přímka purpurů (směsné barvy složené z fialové $\lambda = 400$ nm a červené $\lambda = 700$ nm), představuje nespektrální barvu. Souřadnice (x,y) všech skutečných barev jsou uvnitř plochy vymezené uvedenými dvěma čarami (*kolorimetrický trojúhelník, diagram chromatičnosti*). Tyto barvy jsou aditivní směsí z barev spektra. *Každá barva je tedy určena bodem (x,y) v kolorimetrickém trojúhelníku.*

Tabulka 1

λ	\bar{x}	\bar{y}	\bar{z}	x	y	λ	\bar{x}	\bar{y}	\bar{z}	x	y
380	0,001	0,000	0,007	0,174	0,005	580	0,916	0,870	0,002	0,512	0,487
400	0,014	0,000	0,068	0,173	0,005	600	1,062	0,631	0,001	0,627	0,372
420	0,134	0,004	0,646	0,171	0,005	620	0,854	0,381	0,000	0,691	0,308
440	0,348	0,023	1,747	0,164	0,011	640	0,448	0,175	0,000	0,719	0,281
460	0,291	0,060	1,669	0,144	0,030	660	0,165	0,061	0,000	0,730	0,270
480	0,096	0,139	0,813	0,091	0,133	680	0,047	0,017	0,000	0,733	0,267
500	0,005	0,323	0,272	0,008	0,538	700	0,011	0,004	0,000	0,735	0,265
520	0,063	0,710	0,078	0,074	0,834	720	0,003	0,001	0,000	0,735	0,265
540	0,290	0,954	0,020	0,230	0,754	740	0,001	0,000	0,000	0,735	0,265
560	0,595	0,995	0,004	0,373	0,624	760	0,000	0,000	0,000	0,735	0,265

Při *určování barevných souřadnic zdroje světla* postupujeme tak, že určíme barevné podněty (trichromatické složky) X, Y, Z tohoto světla ze vztahů

$$X = \int_0^{\infty} \bar{x}(\lambda)W(\lambda)d\lambda, \quad Y = \int_0^{\infty} \bar{y}(\lambda)W(\lambda)d\lambda, \quad Z = \int_0^{\infty} \bar{z}(\lambda)W(\lambda)d\lambda, \quad (2)$$

kde $W(\lambda)d\lambda$ je tok světla pro vlnovou délku λ zkoumaného zdroje světla. *Barevné souřadnice* (trichromatické souřadnice) pak jsou

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}, \quad y = \frac{Y}{X+Y+Z}, \quad z = \frac{Z}{X+Y+Z}. \quad (3)$$

Předměty vidíme pomocí světla které odrážejí nebo které jimi prochází. Barva jimi odraženého nebo propuštěného světla závisí na barvě na ně dopadajícího světla. Jako normy pro měření barvy světla odraženého nebo propuštěného předmětem byly přijaty tři zdroje světla, které se získají zvláštním uspořádáním žárovek a selektivně absorbujících roztoků: *Zdroj A* (přibližně žárovka 300 W), *zdroj B*, jehož světlo odpovídá přímému slunečnímu světlu a *zdroj C*, jehož světlo vystihuje rozptýlené denní světlo. *Spektrální rozdělení energie* $W(\lambda)$ světla těchto zdrojů, které se blíží světlu absolutně černého tělesa při teplotách 2856°K, 4874°K a 6774°K je uvedeno v **tabulce 2**.

Předpokládejme nyní, že světlo zdroje prochází optickou soustavou (např. filtrem, objektivem apod.) mající spektrální propustnost $T(\lambda)$ pro vlnovou délku λ , potom hodnoty barevných podnětů určíme ze vztahů

$$X = \int_0^{\infty} \bar{x}(\lambda)T(\lambda)W(\lambda)d\lambda, \quad Y = \int_0^{\infty} \bar{y}(\lambda)T(\lambda)W(\lambda)d\lambda, \quad Z = \int_0^{\infty} \bar{z}(\lambda)T(\lambda)W(\lambda)d\lambda. \quad (4)$$

Necháme-li bílé světlo procházet dvěma optickými soustavami majícími spektrální propustnosti $T_1(\lambda)$ a $T_2(\lambda)$, pak výsledná propustnost je dána vztahem $T(\lambda) = T_1(\lambda)T_2(\lambda)$.

Tabulka 2

$W(\lambda)$							
λ	A	B	C	λ	A	B	C
380	9,79	22,40	33,00	580	114,44	101,00	97,80
400	14,71	41,30	63,30	600	129,04	98,00	89,70
420	21,00	63,20	98,10	620	143,62	99,70	88,10
440	28,70	80,80	121,50	640	157,98	102,20	87,80
460	37,82	88,30	123,10	660	171,96	105,00	87,90
480	48,25	95,20	123,90	680	184,43	103,90	84,00
500	59,86	94,20	112,10	700	198,26	99,10	76,30
520	72,50	89,50	96,90	720	210,36	92,90	68,30
540	85,95	96,90	102,10	740	221,66	86,90	61,50
560	100,00	102,80	105,30	760	232,11	84,70	58,10

Všimněme si nyní pojmu *bílé světlo (achromatické světlo)*. Neexistuje jediná definice bílého světla. Za bílé světlo se nejčastěji považuje světlo zdroje C nebo izoenergetické světlo E o barevných souřadnicích $x = 1/3, y = 1/3$ (bod chromatičnosti izoenergetického světla).

Náhradní vlnová délka (převládající vlnová délka), charakterizující barevný tón barvy, je vlnová délka, ve které spojnice bílého bodu s bodem znázorňujícím danou barvu protíná křivku spektrálních barev. *Sytost* barvy je definována jako vzdálenost bodu znázorňujícího danou barvu od bílého bodu, vyjádřená v procentech vzdálenosti bílého bodu od spektrálního bodu měřené na spojnici uvažovaného bodu s bodem bílým. Sytost jakékoliv spektrální barvy je 100% a sytost bílého světla je nulová. *Jasnost* barvy je dána velikostí složky Y. Jas daného barevného podnětu se vypočítá ze vztahu $L = 683Y$ (cd.m⁻²). *Doplňkové (komplementární) barvy* jsou dvě barvy, jejichž sečtením dostaneme bílé světlo.

3. Vyhodnocování spektrofotometrických měření

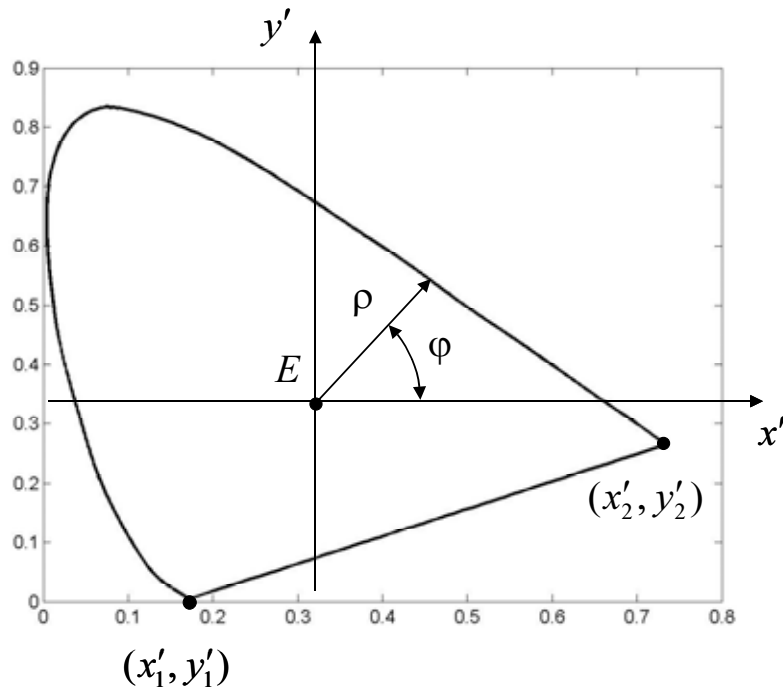
Při vyhodnocování spektrofotometrických měření je nutné vypočítávat trichromatické složky světla X, Y, Z podle vztahů (2) resp. (4) a následně barevné souřadnice x, y, z podle vztahů (3). V praxi se pro jednoduchost výpočtu často nahrazuje integrace ve vztazích (2) resp. (4) sumací. Avšak pokud máme základní kolorimetrická data (tj. trichromatické členitele, spektrální rozdělení energie zdrojů světla) dostupná v počítači, je vhodnější použít integrace. Pro naše účely, kdy byla k dispozici data v rozsahu od $\lambda_1 = 380 \text{ nm}$ do $\lambda_2 = 760 \text{ nm}$ v dělení po $\Delta\lambda = 5 \text{ nm}$, bylo použito složeného lichoběžníkového pravidla pro výpočet barevných podnětů

$$X = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \bar{x}(\lambda)T(\lambda)W(\lambda)d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G(\lambda)d\lambda \doteq \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} (\lambda_{k+1} - \lambda_k)(G_{k+1} + G_k), \quad (5)$$

kde $\lambda_k = \lambda_1 + (k-1)\Delta\lambda$ a N je počet vlnových délek, pro které je dána funkce $G(\lambda)$. Obdobné vztahy dostaneme pro barevné podněty Y a Z . Předchozí vztah (lichoběžníkové pravidlo) může být v Matlabu jednoduše naprogramováno jako

$$X = 0.5 * \text{sum}(\text{diff}(G).*(G(1:end-1) + G(2:end))).$$

Trichromatické souřadnice poté mohou být již jednoduše určeny ze vztahů (3). Pro následný výpočet náhradní vlnové délky λ_d je nutné získat průsečík (x_d, y_d) spojnice bodu barvy normalizovaného druhu světla (E) o souřadnicích (x_n, y_n) a bodu barvy sledované o souřadnicích (x, y) s křivkou spektrálních světél. Pro automatické vyhodnocování pomocí počítače byl aproximován trichromatický trojúhelník (**obr.1**) následujícím způsobem. Počátek souřadnicových os byl posunut do bodu $x = 1/3, y = 1/3$ (bod chromatičnosti izoenergetického světla) a následně byla provedena aproximace v polárních souřadnicích (ρ, φ) .



Obr.1: Kolorimetrický trojúhelník

Kolorimetrický trojúhelník (**obr.1**) byl z hlediska dosažení dostatečné kvality aproximace rozdělen na 4 části. Pro jednotlivé části platí

$$\varphi \in (\varphi_1, \varphi_2) \Rightarrow \rho(\varphi) = \sum_{i=0}^8 A_{1,i} \varphi_n^i$$

$$\varphi \in (\varphi_2, \varphi_3) \Rightarrow \rho(\varphi) = \sum_{i=0}^8 A_{2,i} \varphi_n^i$$

$$\varphi \in (\varphi_3, \varphi_4) \Rightarrow \rho(\varphi) = \sum_{i=0}^7 A_{3,i} \varphi_n^i$$

$$\varphi \in (\varphi_4, \varphi_1) \Rightarrow \rho(\varphi) = \frac{a}{\sin \varphi - b \cos \varphi}, \quad a = \frac{x'_2 y'_1 - x'_1 y'_2}{x'_2 - x'_1}, \quad b = \frac{y'_2 - y'_1}{x'_2 - x'_1},$$

kde koeficienty $A_{k,i}$ jsou dány v tabulce 3, $x' = x - x_n, y' = y - y_n$ jsou nově zavedené souřadnice, $(x'_1, y'_1), (x'_2, y'_2)$ jsou souřadnice koncových bodů přímky purpurů, $\varphi_1 = -0,168 \text{ rad}, \varphi_2 = 2,048 \text{ rad}, \varphi_3 = 4,182 \text{ rad}, \varphi_4 = 4,261 \text{ rad}$ a φ_n jsou normalizované hodnoty, pro které platí

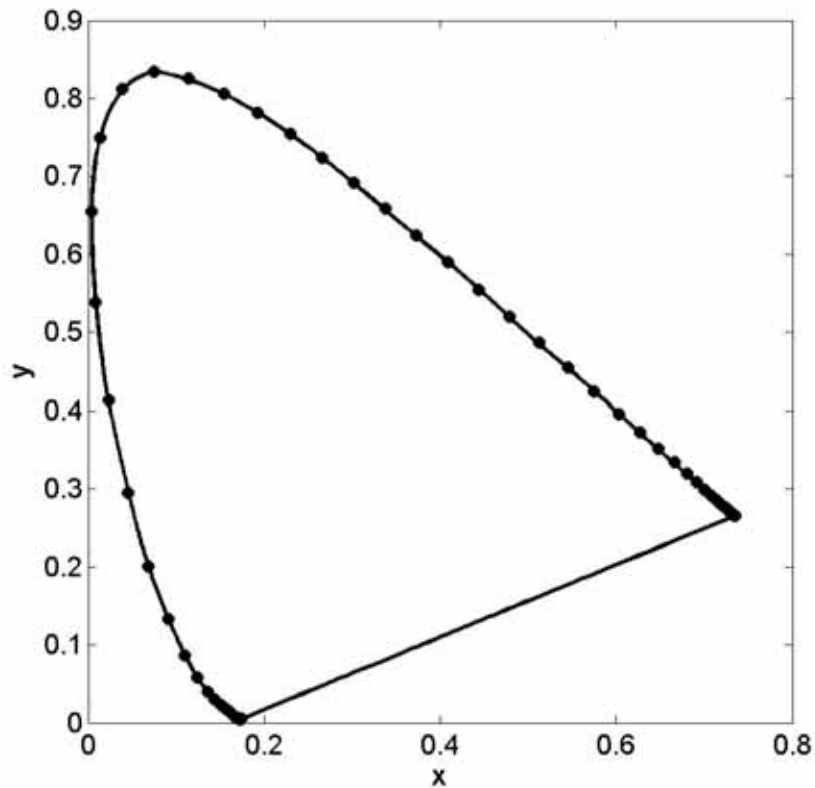
$$\varphi_n = \frac{\varphi - \bar{\varphi}}{\text{Var}(\varphi)}.$$

Tato polynomiální aproximace byla provedena metodou nejmenších čtverců pomocí funkce *polyfit* v Matlabu. Podobným způsobem může být aproximována závislost vlnové délky $\lambda(\varphi)$ na úhlové veličině φ .

Tabulka 3

<i>i</i>	A_1	A_2	A_3
0	2.448001468621591e-001	2.906938122887282e-001	3.647782539409315e-001
1	-6.180255150689001e-002	-2.427707587461265e-002	2.952490852773317e-003
2	8.688328257273649e-002	1.035835884322377e-001	4.118180510141738e-004
3	-1.694178623938887e-003	-2.815707310039179e-002	-1.232715300463037e-004
4	6.035347804478759e-002	-4.112192214698348e-002	-3.127469409520539e-003
5	-9.104678182268537e-002	1.894018321040457e-002	-4.903664750524579e-003
6	1.094486814067245e-002	8.104859361625739e-002	-2.613591987765743e-003
7	4.236864336617351e-002	-1.432422703057121e-002	-4.514845889677111e-004
8	-1.584409708096980e-002	-3.661206124798840e-002	-

Na **obr.2** je znázorněn aproximovaný kolorimetrický trojúhelník. Tečkami jsou naznačeny známé souřadnice a plnou čarou je znázorněna aproximovaná závislost.



Obr.2: Aproximace kolorimetrického trojúhelníka

Nyní získáme hledaný průsečík (x_d, y_d) jednoduše tím, že určíme úhel φ pro daný souřadnicový bod (x, y) jako

$$\varphi = \arctan \frac{y - y_n}{x - x_n}$$

a dosazením do vztahů pro aproximaci kolorimetrického trojúhelníka získáme polární souřadnici $\rho(\varphi)$. Souřadnice (x_d, y_d) poté dostaneme ze vztahu

$$x_d = x_n + \rho \cos \varphi, \quad y_d = y_n + \rho \sin \varphi.$$

Pomocí těchto souřadnic můžeme poté vyjádřit kolorimetrickou čistotu p_c , která vystihuje sytost barvy. Platí

$$p_c = \frac{x - x_n}{x_d - x_n} \cdot \frac{y_d}{y}.$$

4. Závěr

V článku byly ukázány příklady počítačového modelování základních kolorimetrických metod a analýzy kolorimetrických dat v prostředí MATLAB. Byla aproximována křivka kolorimetrického trojúhelníka, což umožňuje automatické provádění další analýzy spektrofotometrických dat pomocí počítače. Uvedené programy též mohou sloužit pro výuku studentů.

Práce byla vypracována v rámci grantu GAČR 103/03/P001.

Literatura

1. ČSN 01 1718 (*Měření barev*), Vydavatelství norem, Praha 1991.
2. A.Mikš, *Aplikovaná optika 10*, Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.
3. M.Jiráček, A.Mikš, V.Opočenský, J.Růžek, P.Scheufter, M.Spěvák, P.Stýblo, M.Urban, *Technické základy fotografie*. Komora fotografických živností, Praha 2002.

Ing.Jiří Novák,PhD, Katedra fyziky, Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7, 166 29 Praha 6 - Dejvice.
Tel: 224354435, Fax: 233333226, E-mail: novakji@fsv.cvut.cz

Doc.RNDr.Antonín Mikš,CSc, Katedra fyziky, Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7, 166 29 Praha 6 - Dejvice.
Tel: 224354948, Fax: 233333226, E-mail: miks@fsv.cvut.cz