

Tvorba, odhad a prezentace makroekonomických modelů v MATLABU

Vlček Jan

Ekonomicko-správní fakulta Masarykovy univerzity
Lipová 41a, 659 79 Brno

ABSTRAKT

Příspěvek popisuje použití programového prostředí MATLAB pro kvantitativní makroekonomickou analýzu. Makroekonomická analýza se snaží vyhodnotit nejen přiměřenost hospodářské politiky, ale také kvantifikovat důsledky různé zvolených politik pro další makroekonomický vývoj. K tomu slouží dynamické modely, na kterých je třeba ověřit a kvantifikovat vzájemné ekonomické vztahy v minulosti. Ověřený model umožňuje simulovat chování makroekonomických veličin a předvídat budoucí vývoj jako důsledek různých hospodářských politik. V MATLABu byly vytvořeny soubory nástrojů pro identifikaci a ověření chování dynamických modelů skutečných ekonomických systémů. Dynamický model reprezentuje systém, který může být předmětem optimálního řízení. Model systému lze využít také ke kvantitativnímu ověření adekvátnosti odezev cílových makroekonomických faktorů na změny vstupních ekonomických stimulů a zkoumat vlastnosti systémů jako je citlivost, adaptabilita a stabilita.

Využití modelového přístupu bude demostrováno na modelu, který byl zpracován pro potřeby předvídaní inflace v ČNB za podpory odboru ekonomického modelování a vytvářen v rámci projektu GA ČR č. 402/99/0980.

Úvod

Dynamický model inflace byl vytvořen pro potřeby přímého inflačního cílení. Pro tuto strategii měnové politiky centrální banky je nezbytná spolehlivá předpověď budoucího vývoje inflace. Pokud je předpověď realizována vhodným ekonometrickým modelem může centrální banka reagovat na výsledky kvantitativní analýzy minulého vývoje ekonomických ukazatelů, ale především využít informace získané simulací a akceptovat budoucí dopady monetárních opatření.

Model inflace České republiky byl původně vytvořen Janem Hoškem (1998) jako model s pevnými parametry, které se nemění v čase. Poznatky získané při identifikaci modelu s parametry proměnnými v čase vedly k některým změnám struktury modelu. Programové zpracování proběhlo v programovém prostředí MATLABu, který se svými Toolboxy obsahuje řadu nástrojů pro odhad o ověření modelů dynamických systémů. Při identifikaci dynamického modelu rozšířeným Kalmanovým filtrem byly použity procedury Doc. Ing. V. Havleny laskavě poskytnuté Ing. Vašíčkem.

⁰Děkuji za cenné podněty a připomínky Ing. Osvaldu Vašíčkovi z ESF MU Brno

Specifikace modelu

Model má následující podobu:

$$por_t = ax_1 * psum + ax_2 * por_{t-12} \quad (1)$$

$$pnto_t = bx_1 * rustvs_t + bx_2 * preg_{t-1} + bx_3 * preg_{t-2} + bx_4 * preg_{t-3} + bx_5 * preg_{t-4} + bx_6 * preg_{t-5} + bx_7 * preg_{t-6} + bx_8 * dllddi_t + bx_9 * dllddi_{t-1} + bx_{10} * dllddi_{t-2} + bx_{11} * dllddi_{t-3} + bx_{12} * dllddi_{t-4} + bx_{13} * dllddi_{t-5} + bx_{14} * dlerdem_{t-3} + bx_{15} * dlerdem_{t-4} + bx_{16} * dlerdem_{t-5} + bx_{17} * pnto_{t-12} \quad (2)$$

$$pto_t = cx_0 + cx_1 * nezam_t + cx_2 * preg_t + cx_3 * preg_{t-1} + cx_4 * preg_{t-2} + cx_5 * dlerdem_{t-1} + cx_6 * dlerdem_{t-2} + cx_7 * dledem_{t-3} + cx_8 * dlerdem_{t-4} + cx_9 * dlerusd_{t-2} + cx_{10} * dlerusd_{t-3} + cx_{11} * dlerusd_{t-4} + cx_{12} * dlerusd_{t-5} \quad (3)$$

$$ptp_t = fx_0 + fx_1 * nezam_t + fx_2 * preg_t + fx_3 * preg_{t-1} + fx_4 * preg_{t-2} + fx_5 * preg_{t-3} + fx_6 * preg_{t-4} + fx_7 * preg_{t-5} + fx_8 * dllddi_{t-1} + fx_9 * dllddi_{t-2} + fx_{10} * dllddi_{t-3} + fx_{11} * dllddi_{t-4} + fx_{12} * dllddi_{t-5} + fx_{13} * dllddi_{t-6} + fx_{14} * dllddi_{t-7} + fx_{15} * dllddi_{t-8} + fx_{16} * dlerdem_t + fx_{17} * dlerdem_{t-1} + fx_{18} * dlerdem_{t-2} + fx_{19} * dlerdem_{t-3} + 2 fx_{20} * dlerdem_{t-4} + fx_{21} * dlerdem_{t-5} + fx_{22} * ptp_{t-12} \quad (4)$$

$$rustvs_t = \frac{ustvs_t}{12} - psum_t \quad (5)$$

$$preg_t = por_t + pcr_t \quad (6)$$

$$psum_t = preg_t + por_t + pnto_t + ptp_t \quad (7)$$

Dynamický model se skládá ze 7 rovnic. Rovnice (1) až (4) jsou stochastickými rovnicemi chování, zbývající (5), (6) a (7) jsou deterministické identity. Modelové rovnice přitom vychází z dekompozice inflace na složky, které jsou podílem z celkové inflace spotřebitelských cen. Celkovou inflaci, identita (7), tak členíme na inflaci ostatních regulovaných položek - vztah (1), na inflaci neobchodovatelných neregulovaných položek (2), inflaci obchodovatelného zboží bez potravin - rovnice (3) a na inflaci obchodovatelných potravin (4). Příspěvek centrálně regulovaných cen k celkové inflaci postihuje identita (6). Vztah (5) pak určuje reálnou měsíční úrokovou sazbu. Význam modelových proměnných vyjadřuje následující tabulka.

Modelové proměnné:

Proměnná	Název	Jednotky
por	podíl ostatních regulovaných položek na růstu spotřebitelských cen	přírůstek v % předchozí měsíc = 100%
pnto	podíl neobchodovatelných neregulovaných položek na růstu spotřebitelských cen	přírůstek v % předchozí měsíc = 100%
pto	podíl obchodovatelného zboží (bez potravin) na růstu spotřebitelských cen	přírůstek v % předchozí měsíc = 100%
ptp	podíl obchodovatelných potravin na růstu spotřebitelských cen	přírůstek v % předchozí měsíc = 100%
preg	podíl regulovaných cen na růstu spotřebitelských cen	přírůstek v % předchozí měsíc = 100%
pcr	podíl centrálně regulovaných položek na růstu spotřebitelských cen	přírůstek v % předchozí měsíc = 100%
psum	spotřebitelské ceny	přírůstek v % předchozí měsíc = 100%
rustvs	reálná úroková míra na střednědobé termínované vklady	%
ustvs	úroková sazba na střednědobé termínované vklady	%
dlerdem	tempo růstu kurzu Kč/DEM	přírůstek v % předchozí měsíc = 100%
dleusd	tempo růstu kurzu Kč/USD	přírůstek v % předchozí měsíc = 100%
dldii	tempo růstu dobilancovaných měsíčních disponibilních příjmů	přírůstek v % předchozí měsíc = 100%
nezam	míra nezaměstnanosti	%

Dynamika rovnic chování byla určena na základě analýzy zpoždění v kauzálních vztazích pomocí funkce *cra* (System Identification Toolbox), která pro dva vstupy (dvě časové řady nebo signály) spočítá autokovariační funkce, křížové korelační funkce a impulsní odezvy.

Tvar uvedených modelových rovnic předpokládá, že se změny vysvětlovaných ekonomických veličin neuskutečňují bezprostředně, nýbrž endogenní proměnné reagují na změny vysvětlujících veličin postupně a se zpožděním. V důsledku autoregresivního charakteru většiny procesů popsaných ekonomickými časovými řadami, a tedy i silné multikolinearity zpožděných hodnot exogenních proměnných, nelze získat přesné odhady koeficientů. Model obsahuje vysoký počet predeterminovaných proměnných. Rovnice (1) až (4) mají po řadě 2, 17, 12 a 22 vysvětlujících veličin. Model v této podobě je prakticky neodhadnutelný. Proto bylo při odhadu, simulaci i predikci použito polynomičké zpoždění (typu Almanové).

Polynomičsky rozložené zpoždění

Tento přístup nepředpokládá neměnný vztah mezi vahami koeficientů u zpožděných hodnot vysvětlujících proměnných. Vychází pouze z toho, že koeficienty u zpožděných hodnot leží aproximativně na polynomu určitého, relativně nízkého, řádu.

Uvažujme lineární dynamický systém tvaru:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \dots + \beta_q X_{t-q} + \epsilon_t \text{ kde } t = 1, 2, \dots, T \quad (8)$$

Vztah (8) určuje model s rozloženým zpožděním délky q , kde místo okamžité odezvy endogenní proměnné na změnu vysvětlujících proměnných se uvažuje její postupná reakce na změny v proměnných X_t až X_{t-q} . Zpožděné vlivy exogenních proměnných sice nepůsobí neomezenou dobu, ale trvají určitý čas q . I přes konečnou délku zpoždění je obtížné získat přesné odhady váhových koeficientů.

Vyjdeme-li ze vztahu (8), pak za předpokladu polynomicky rozložených časových zpoždění, omezíme koeficienty u zpožděných hodnot exogenních proměnných tak, aby ležely na polynomu zvoleného stupně p .

$$\beta_i = \alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2 + \dots + \alpha_p i^p \text{ kde } i = 0, 1, \dots, q > p \quad (9)$$

Apriorní omezení vyjádřená maticově mají tvar:

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \dots & 2^p \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & q & \dots & q^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix}$$

Tedy

$$\beta = \mathbf{H}\alpha \quad (10)$$

Dostatečně velkou volbou řádu polynomu lze dospět k flexibilnímu tvaru posloupnosti váhových koeficientů.

Dosazením (9) do (8) dostáváme:

$$\begin{aligned} Y_t = & \alpha + \alpha_0(X_t + X_{t-1} + \dots + X_{t-q}) + \alpha_1(X_{t-1} + 2X_{t-2} + 3X_{t-3} + \dots + qX_{t-q}) \\ & + \alpha_2(X_{t-1} + 4X_{t-2} + 9X_{t-3} + \dots + q^2 X_{t-q}) + \dots + \alpha_p(X_{t-1} + 2^p X_{t-2} + 3^p X_{t-3} + \dots + \\ & + q^p X_{t-q}) + \epsilon_t \end{aligned} \quad (11)$$

Ve zjednodušeném maticovém zápisu můžeme rovnici (11) zapsat jako

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{H}\alpha + \epsilon = \mathbf{Z}\alpha + \epsilon \quad (12)$$

V této formě lze získat odhady \mathbf{a} původních koeficientů α například klasickou metodou nejmenších čtverců. Pak platí $\mathbf{a} = [\mathbf{Z}'\mathbf{Z}]^{-1} \mathbf{Z}'\mathbf{Y}$ a dopočítat odhady \mathbf{b} původních koeficientů β :

$$\mathbf{b} = \mathbf{H}\mathbf{a} \quad (13)$$

Pro asymptotické chyby platí:

$$Var(\mathbf{b}) = \mathbf{H} [Var(\mathbf{a})] \mathbf{H}' = s^2 \mathbf{H} (\mathbf{Z}' \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{H}' \quad (14)$$

Použitím PDL byl v rovnicích redukován počet parametrů a strukturní model byl zjednodušen do podoby:

$$por_t = a_1 * psum_t + a_2 * por_{t-12} \quad (1a)$$

$$pnto_t = b_1 * rustvs_t + b_2 * PDL01 + b_3 * PDL02 + b_4 * PDL03 + b_5 * PDL04 + b_6 * PDL05 + b_7 * PDL06 + b_8 * PDL07 + b_9 * pnto_{t-12} \quad (2a)$$

$$pto_t = c_0 + c_1 * nezam_t + c_2 * PDL08 + c_3 * PDL09 + c_4 * PDL10 + c_5 * PDL11 + c_6 * PDL12 + c_7 * PDL13 \quad (3a)$$

$$ptp_t = f_0 + f_1 * nezam_t + f_2 * PDL14 + f_3 * PDL15 + f_4 * PDL16 + f_5 * PDL17 + f_6 * PDL18 + f_7 * PDL19 + f_8 * PDL20 + f_9 * ptp_{t-12} \quad (4a)$$

$$rustvs_t = \frac{ustvs_t}{12} - psum_t \quad (5a)$$

$$preg_t = por_t + pcr_t \quad (6a)$$

$$psum_t = preg_t + por_t + pnto_t + ptp_t \quad (7a)$$

Nové vysvětlující proměnné PDL01 až PDL20 jsou výsledkem polynomiální restrikce vysvětlujících proměnných. Soubor exogenních proměnných po převodu koncentruje stejné množství exogenní informace při nižším počtu parametrů.

PDL	Proměnná	Délka zpoždění	Stupeň polynomu
<i>PDL01, PDL02</i>	<i>preg_{t-1}</i>	5	1
<i>PDL03, PDL04, PDL05</i>	<i>dlddi_t</i>	5	2
<i>PDL06, PDL07</i>	<i>dlerdem_{t-3}</i>	2	1
<i>PDL08, PDL09</i>	<i>preg_t</i>	2	1
<i>PDL10, PDL11</i>	<i>dlerdem_{t-1}</i>	3	1
<i>PDL12, PDL13</i>	<i>dlerusd_{t-2}</i>	3	1
<i>PDL14, PDL15</i>	<i>preg_t</i>	5	1
<i>PDL16, PDL17, PDL18</i>	<i>dlddi_{t-1}</i>	7	2
<i>PDL19, PDL20</i>	<i>dlerdem_{t-1}</i>	4	1

Odhad parametrů modelu

Model využívá časových řad v měsíčním členění. Pro odhad parametrů byla použita data počínaje lednem 1994 a končící v srpnu 1999. Tedy celkem 64 pozorování v jednotlivých řadách. Model ve tvaru s PDL byl nejprve odhadnut jako model s parametry, které se nemění v čase. Předběžný odhad získaný pomocí metody nejmenších čtverců pak sloužil jako apriorní informace pro adaptivní odhad. Model inflace byl přepsán do stavového tvaru a vývoj parametrů adaptivně odhadnut Kalmanovým filtrem se zpětným vyhlazováním. Výsledky odhadu získané v měsíčním členění byly agregovány na hodnoty roční, viz. Obrázek 1

Modelová simulace

Identifikovaný model s parametry proměnnými v čase byl použit pro ex post simulaci modelu na dostupných datech. Pro simulaci byl však restrukturalizován do stavového tvaru. Původní maticový ekonomický model:

$$x_t = A_0 x_t + A_1 x_{t-1} + B_1 u_t \quad (15)$$

,kde x je stavový vektor, u je vektor exogenních proměnných a matice A_0 , A_1 , B_1 jsou matice odhadnutých parametrů. Maticový model byl převeden do tvaru stavové a výstupní rovnice.

$$x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t + v_t \quad (16a)$$

$$y_t = D_t x_{t-1} + w_t \quad (16b)$$

$$x_0 = x_0 \quad (16c)$$

Přitom

$$A_t = [I - A_0]^{-1} A_1$$
$$B_t = [I - B_0]^{-1} B_1$$

A_0 , A_1 , B_1 jsou matice ekonomického modelu. Rovnici (16a) nazýváme stavovou rovnicí a rovnici (16b) rovnicí výstupu. Pro stavový popis dynamického systému jsou vypracovány algoritmy identifikace a optimálního řízení. Na základě stavového popisu lze také zkoumat stabilitu a minimální realizace dynamického modelu.

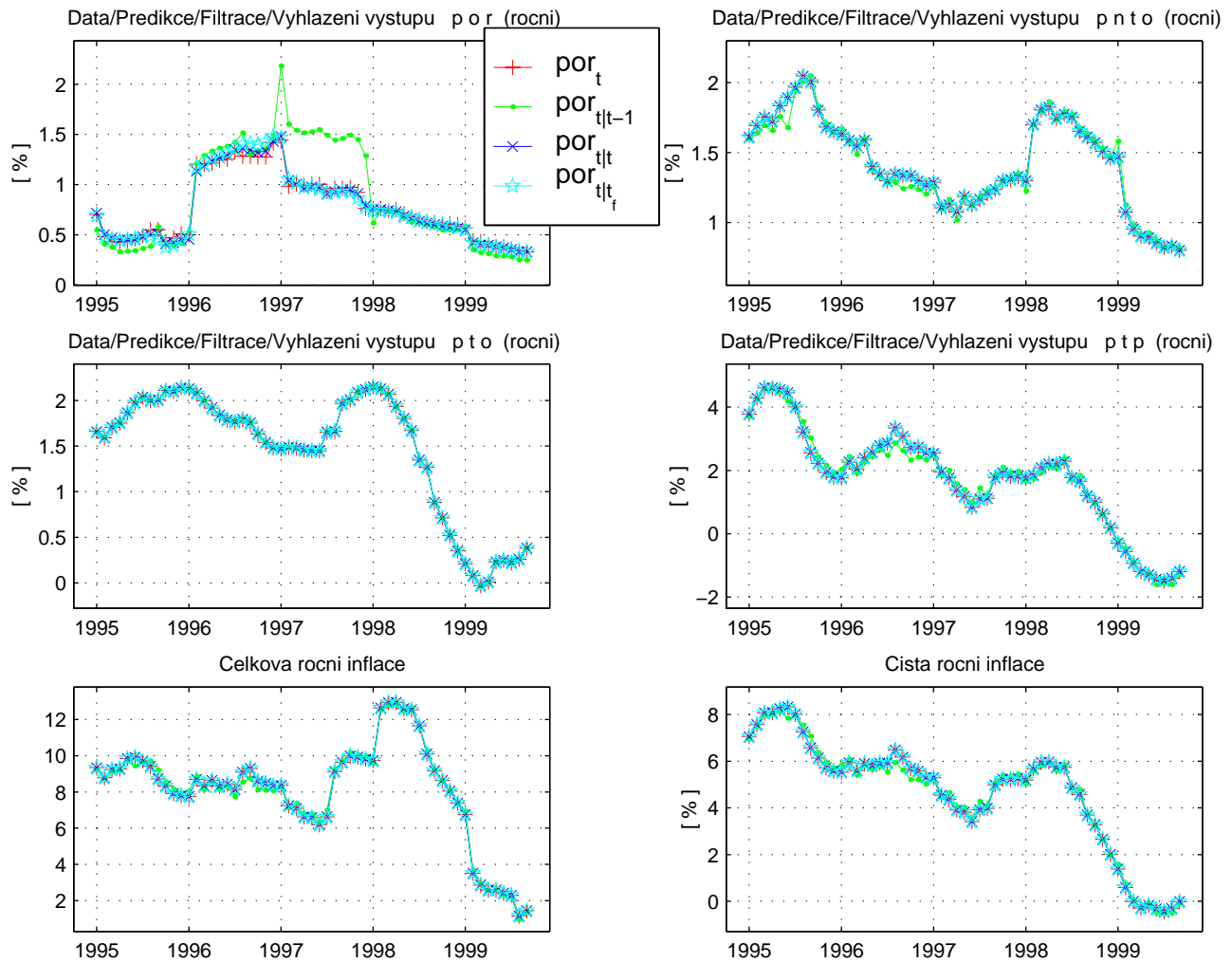
Model byl simulován jako komplexní simultánní systém pro stejné minulé období jako byl odhadnut. Ex post simulace byla navíc provedena simultánně pro celou modelovou soustavu.

Predikce

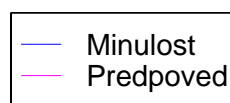
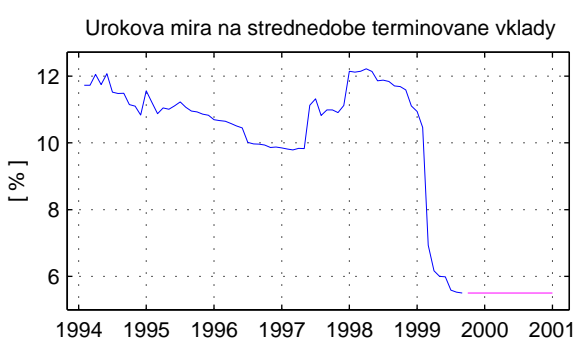
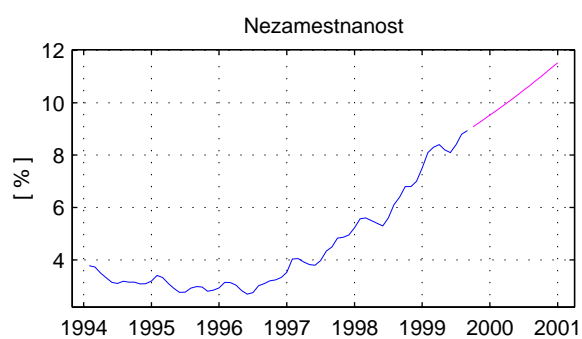
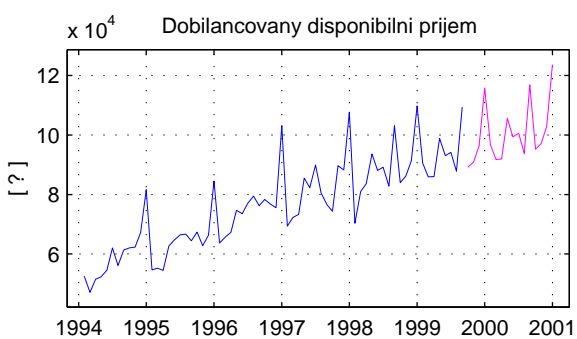
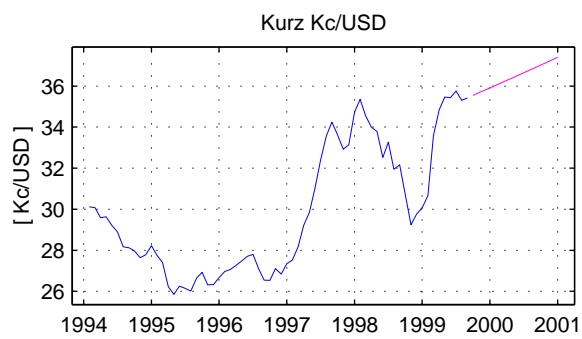
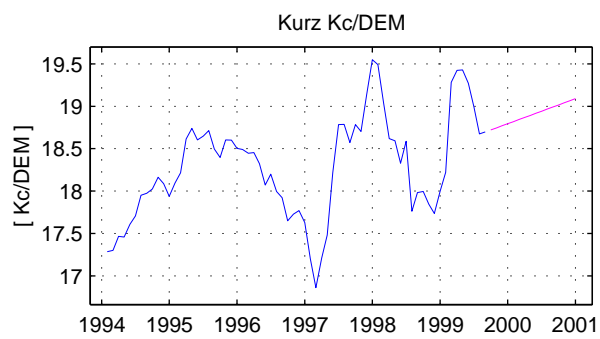
Stavový model používaný k ex post simulaci prokázal, že může být vhodnou aproximací reálného systému, a proto byl využit také k predikci výstupů na základě zadaného budoucího vývoje modelových vstupů. Pro predikci byly použity konstantní extrapolované hodnoty parametrů. Jako počáteční hodnoty při ex ante projekci jsou brány skutečné poslední hodnoty veličin z minulosti.

Pro větší přehlednost a názornost jsou data vstupních veličin pro predikci vyjádřeny graficky spolu s původními daty na Obrázku 2.

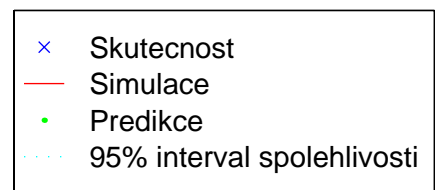
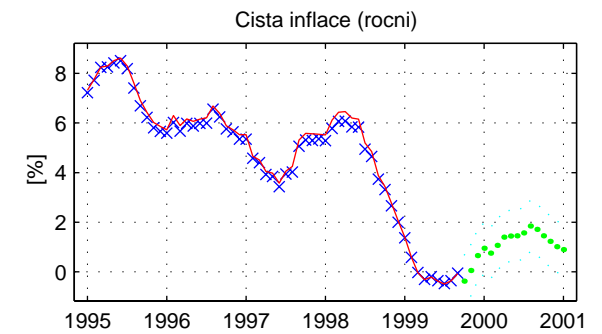
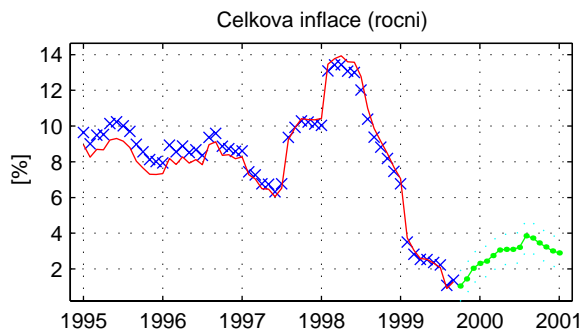
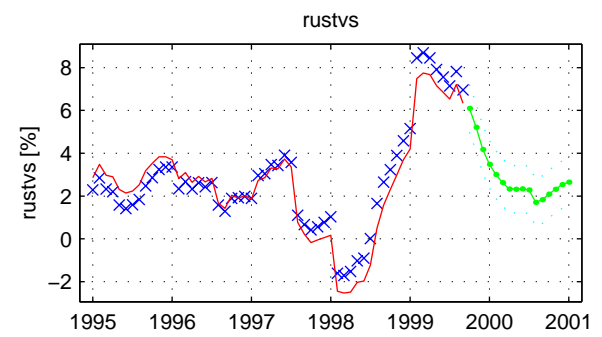
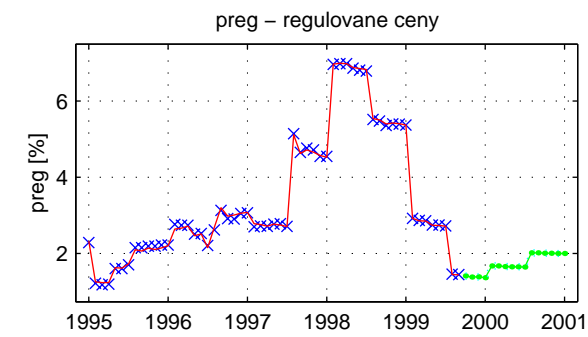
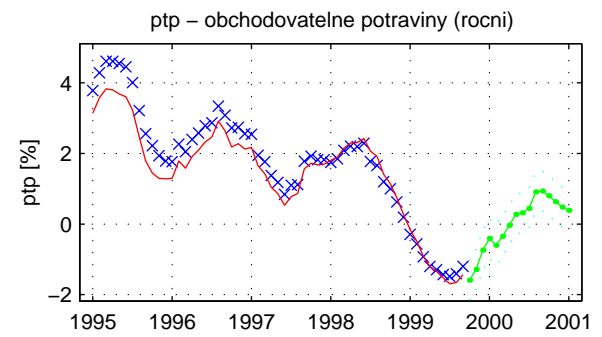
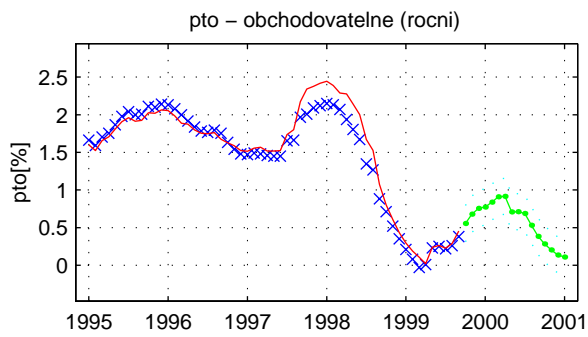
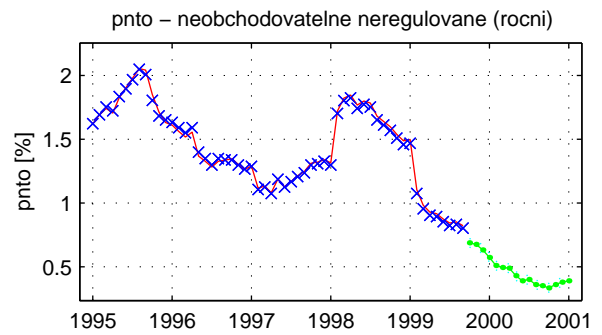
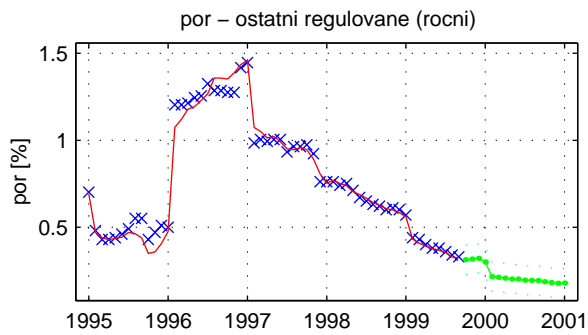
ČNB přijala strategii inflačního cílení. Nástroje měnové politiky jsou proto nastavovány s ohledem na plnění střednědobého cíle (pro konec roku 2000). Výsledky predikce pomocí prezentovaného modelu ukazují dosažitelnost cílů v oblasti cílování inflace. Modelová předpověď ukazuje, že je očekávaný vývoj inflace vyšší než modelová předpověď, viz. Obrázek 3.



Obrázek 1: Odhad modelových rovnic



Obrázek 2: Modelové vstupy pro predikci



Obrázek 3: Vyrovnání modelových rovnic

Celková inflace spotřebitelských cen:

Rok	Střed	Horní hranice	Dolní hranice
1999	2.30%	3.16%	1.47%
2000	2.90%	3.72%	2.05%

Čistá inflace:

Rok	Střed	Horní hranice	Dolní hranice
1999	0.95%	1.98%	0%
2000	0.90%	1.90%	-0.10%

VLČEK JAN

E-mail: vlcek@econ.muni.cz

Literatura:

Hušek, J.: *Polynomial distributed lag*, Odbor ekonomického modelování ČNB, červen 1999 Praha

Hošek, R.: *Základy ekonometrické analýzy, modely a metody*, VŠE Praha 1997

Havlena, V., Štecha J.: *Moderní teorie řízení*, ČVUT Praha 1994