

# INERCIÁLNY NAVIGAČNÝ SYSTÉM V SIMULINKU

M. SOTÁK

Akadémia ozbrojených síl gen. M. R. Štefánika, Demänová 393, 031 01 Liptovský Mikuláš

## Abstract

Článok popisuje model inerciálneho navigačného systému (INS) v simulačnom prostredí MATLAB® SIMULINK®. Inerciálna navigácia spočíva v meraní relatívneho pohybu mobilného prostriedku (ľubovoľný objekt napr. lietadlo, automobil, robot atď., pre ktorý je potrebné priebežne určovať polohu, rýchlosť a orientáciu v priestore) pri známej počiatkovej polohe. Od počiatkovej hodnoty sa meria veľkosť a smer pôsobenia zrýchlenia a uhlovej rýchlosti a vykonáva sa dvojitá integrácia vzhľadom na čas, za účelom získania presnej informácie o relativite pohybu. Pri použití tohto systému spôsobujú chyby v meraní (vplyvom integrácie parametrov) odchýlku vypočítavanej polohy od skutočnej. V súčasnej dobe existujú vysoko presné senzory s veľmi malými chybami, no napriek tomu chybu pri určovaní polohy nie je možné odstrániť, ale iba znížiť. Dôvod pre využívanie INS pre navigáciu, aj napriek jeho nevýhodám, je jeho autonómnosť a nemožnosť úmyselného rušenia jeho činnosti z vonku. Popisovaný model INS predstavuje tzv. „strapdown“ INS, kde senzory zrýchlenia (akcelerometre) a senzory uhlovej rýchlosti (gyroskopy) sú pevne spojené s platformou a tá je pevne spojená s navigovaným prostriedkom. Model bol zostavený na základe navigačných rovníc v navigačnej súradnicovej sústave, ktoré sa najčastejšie používajú pre navigáciu na krátke aj dlhé vzdialenosti v rámci navigačnej komunity.

## 1 Úvod

Inerciálna navigácia je navigácia založená na nepretržitom vyhodnocovaní polohy navigovaného objektu s využitím senzorov citlivých na pohyb, tzn. gyroskopov a akcelerometrov, ktoré sú považované za primárne inerciálne senzory, alebo iných senzorov, umiestnených na navigovanom objekte. Pomocou navigačného počítača a údajov zo senzorov je nepretržite určovaná poloha, orientácia, smer a rýchlosť pohybu bez externých zdrojov informácií o pohybe. Aktuálna poloha objektu je vyhodnocovaná na základe znalosti počiatkovej polohy a následného kontinuálneho merania zrýchlenia a smeru pohybu v referenčnej sústave. Slovo „inerciálny“ pochádza z pôvodného slova „inertia“, znamenajúceho zotrvačnosť, nedotknuteľnosť a neschopnosť pohybu. Princíp inerciálnej navigácie sa riadi zákonmi klasickej mechaniky definovanej Newtonom. V súčasnosti pre vykonávanie trojrozsomernej inerciálnej navigácie slúži inerciálny navigačný systém (INS), s ktorým sa najčastejšie môžeme stretnúť na palubách vojenských a civilných lietadiel, kde predstavuje primárny zdroj navigačných informácií. INS zahŕňa minimálne jeden navigačný počítač a platformu resp. modul obsahujúci akcelerometre a gyroskopy. Z konštrukčného hľadiska rozdeľujeme inerciálne navigačné systémy na platformové tzv. kardanové INS a bezplatformové tzv. strapdown systémy. Pri platformovom systéme sú inerciálne senzory upevnené na platforme, ktorá je inštalovaná v kardanovom závесе s tromi stupňami voľnosti, za účelom zachovania konštantnej priestorovej orientácie vo vopred definovaných smeroch (sever-juh, východ-západ a kolmo na pôsobenie zemskej tiaže), pričom kardanový záves je pevne spojený s konštrukciou navigovaného objektu. Pohyblivé mechanické časti týchto systémov majú za následok relatívne nízku spoľahlivosť voči bezplatformovým systémom. Bezplatformové systémy majú inerciálne senzory pevne spojené s konštrukciou objektu, pre ktorého navigáciu sú určené. Obidva typy INS sa skladajú z inerciálnej meracej jednotky a navigačného počítača.

## 2 IMU a Navigačný počítač

Základným prvkom každého INS je inerciálna meracia jednotka, označovaná ako IMU (z anglického Inertial Measurement Unit). Sensory, ktorých výstup je ovplyvňovaný iba samotným pohybom objektu na ktorom je IMU jednotka umiestnená sú považované za primárne senzory IMU jednotky. Primárnymi senzormi v inerciálnej navigácii sú senzory uhlovej rýchlosti, ktorých výstupné signály sa po integrácii využívajú pre určenie orientácie v priestore a akcelerometre, ktorých výstupné

signály po precíznom kompenzovaní gravitačného zrýchlenia a Coriolisovej sily môžu byť integrované na rýchlosť a polohu. Bezplatformové systémy majú tieto senzory umiestnené do trojrozmerného súradnicového systému tak, aby každej osi navigovaného objektu odpovedala os citlivosti akcelerometra a senzora uhlovej rýchlosti. Takáto inerciálna meracia jednotka má šesť stupňov voľnosti, tzn. umožňuje merať translačný a rotačný pohyb v 3 ortogonálnych osiach. Presnosť inerciálnych senzorov zohráva pri autonómnej navigácii kľúčovú úlohu. Chyby súčasných inerciálnych senzorov majú hodnotu približne 0,01 °/hod pre gyroskopy a 100 µg pre akcelerometre. Uvedené chyby sa integrujú v čase a spôsobujú chybu určovania polohy, ktorá je vyjadrená nepresnosťou merania za hodinu, pre moderné IMU je táto chyba približne 2 km/hod. Cena komerčnej high-end inerciálnej meracej jednotky je zhruba 100000,- Euro. Takéto vysoko výkonné a drahé IMU sú implementované len do inerciálnych navigačných systémov pre špeciálne použitie, kde je vyžadovaná najvyššia možná presnosť. Pre menej náročné aplikácie sa využívajú lacnejšie IMU, ktorých nižšia presnosť je kompenzovaná implementáciou do integrovaných navigačných systémov, v ktorých sa požadovaná presnosť dosahuje integráciou navigačných informácií z viacerých navigačných systémov.

Jadro inerciálneho navigačného systému tvorí navigačný počítač. Navigačný počítač spracováva namerané údaje z inerciálnej meracej jednotky a vytvára informácie o uhlovej polohe, rýchlosti a polohe navigovaného objektu na základe známych počítačových podmienok. Merané údaje z gyroskopov predstavujú vektor uhlovej rýchlosti navigovaného objektu voči inerciálnej súradnicovej sústave označenej indexom „i“ a merané v jednotlivých osiach karteziánskej súradnicovej sústavy navigovaného objektu označenej indexom „b“ (z anglického *body*).

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \left[ \omega_{ib}^{bx}, \omega_{ib}^{by}, \omega_{ib}^{bz} \right]^T \quad (1)$$

Viacerými matematickými úpravami [2] a integráciou uhlových rýchlostí dostávame informáciu o uhlovej polohe navigovaného objektu voči referenčnej sústave (kurz, náklon, sklon, resp. transformačnú maticu alebo kvaternióny). Údaje merané trojzložkovým akcelerometrom predstavujú vektor zrýchlení meraných v osiach navigovaného objektu.

$$\boldsymbol{a}^b = \left[ a^{bx}, a^{by}, a^{bz} \right]^T \quad (2)$$

Po prvotnom spracovaní sa tieto údaje transformujú do referenčnej sústavy, vykonajú sa kompenzácie o gravitačné a Coriolisove zrýchlenie a následne sa vykonáva dvojité integrácia. Prvou integráciou sa získavajú informácie o rýchlosti navigovaného objektu v referenčnej sústave a druhou integráciou informácie o polohe objektu. Na prvý pohľad jednoduchý princíp navigačného počítača však v podstate zahŕňa deväť diferenciálnych rovníc resp. tri diferenciálne rovnice vo vektorovom tvare. Rovnica (3) predstavuje matematický model INS pracujúceho v navigačnej súradnicovej sústave t.j. zvolená referenčná sústava je navigačná s orientáciou osí sever-východ-dole (z anglického North-East-Down).

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{r}}^n \\ \dot{\boldsymbol{v}}_E^n \\ \dot{\boldsymbol{C}}_b^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_E^n \\ \boldsymbol{C}_b^n \cdot \boldsymbol{a}^b - (2 \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\Omega}_{en}^n) \cdot \boldsymbol{v}_E^n + \boldsymbol{g}^n - \boldsymbol{\Omega}_{ie}^n \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ie}^n \cdot \boldsymbol{r}^n \\ \boldsymbol{C}_b^n \cdot \left[ \left( \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \boldsymbol{C}_b^n \cdot (\boldsymbol{\omega}_{en}^n + \boldsymbol{C}_e^n \cdot \boldsymbol{\omega}_{ie}^e) \right) \times \right] \end{bmatrix} \quad (3)$$

kde

$\boldsymbol{r}^n = [x^n, y^n, z^n]^T$  - polohový vektor v navigačnej súradnicovej sústave,

$\boldsymbol{v}^n = [v^{nx}, v^{ny}, v^{nz}]^T$  - vektor rýchlosti v navigačnej súradnicovej sústave,

$\boldsymbol{g}^n$  - vektor gravitačného zrýchlenia v navigačnej súradnicovej sústave,

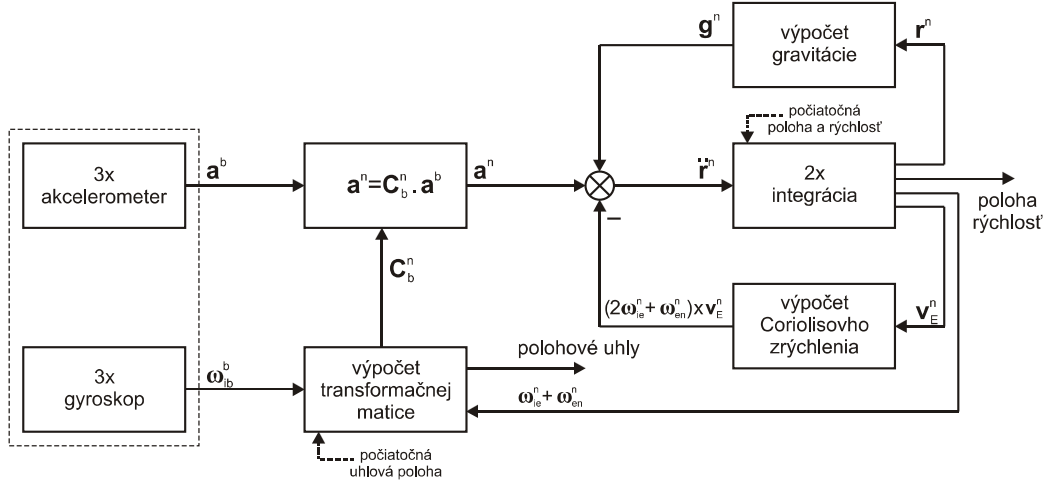
$\boldsymbol{a}^b$  - zrýchlenie merané akcelerometrami v súradnicovej sústave navigovaného objektu,

$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$  - uhlová rýchlosť medzi súradnicovou sústavou navigovaného objektu a inerciálnou súradnicovou sústavou meraná gyroskopmi v súradnicovej sústave navigovaného objektu,

$C_b^n$  - transformačná matica z súradnicovej sústavy navigovaného objektu do navigačnej súradnicovej sústavy,

$\Omega_{ie}^n = [\omega_{ie}^n \times]$  - antisymetrická matica uhlovej rýchlosti medzi zemskou súradnicovou sústavou a inerciálnou súradnicovou sústavou vyjadrená v navigačnej súradnicovej sústave,

$\Omega_{en}^n = [\omega_{en}^n \times]$  - antisymetrická matica uhlovej rýchlosti medzi zemskou súradnicovou sústavou a navigačnou súradnicovou sústavou vyjadrená v navigačnej súradnicovej sústave.



Obr. 1 Bloková schéma INS pracujúceho v navigačnej súradnicovej sústave [1].

Vektory  $r^n$ ,  $\dot{r}^n = v_E^n$ ,  $\ddot{v}_E^n$  v rovnici (3) sú vyjadrené v karteziánskych súradniciach (napr.  $[x^n, y^n, z^n]^T$  (smer na sever, východ a dole)). Ďalším možným prístupom je často používané vyjadrenie týchto vektorov v súradniciach  $r^n = [\lambda, \varphi, h]^T$  (zemepisná dĺžka, zemepisná šírka a výška nad referenčným elipsoidom). Vzájomný vzťah medzi uvedenými vyjadreniami zapíšeme transformáciou

$$v_E^n = \begin{bmatrix} v_E^{nx} \\ v_E^{ny} \\ v_E^{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & R_M + h & 0 \\ (R_N + h) \cdot \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{h} \end{bmatrix} \quad (4)$$

kde  $R_N, R_M$  - sú polomery krivosti Zeme.

Opačnú transformáciu zapíšeme

$$\dot{r}^n = \begin{bmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{(R_N+h) \cdot \cos \varphi} & 0 \\ \frac{1}{R_M+h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_E^{nx} \\ v_E^{ny} \\ v_E^{nz} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ak rovnicu (5) aplikujeme na rovnicu (3) tak získame výsledný tvar navigačných rovníc

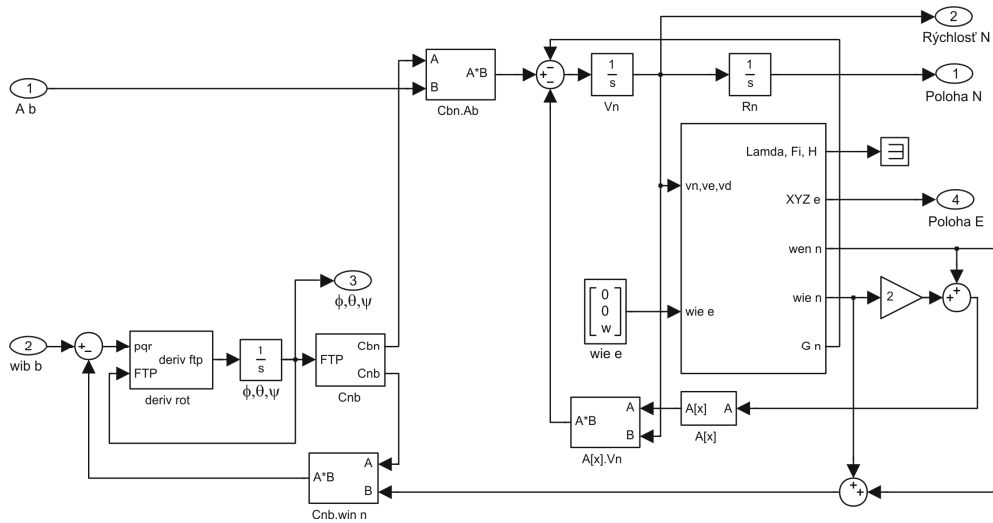
$$\begin{bmatrix} \dot{r}^n \\ \dot{v}_E^n \\ \dot{C}_b^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D^{-1} \cdot v_E^n \\ C_b^n \cdot a^b - (2 \cdot \Omega_{ie}^n + \Omega_{en}^n) \cdot v_E^n + g^n - \Omega_{ie}^n \cdot \Omega_{ie}^n \cdot r^n \\ C_b^n \cdot \left[ (\omega_{ib}^b - C_b^n \cdot (\omega_{en}^n + C_e^n \cdot \omega_{ie}^e)) \times \right] \end{bmatrix} \quad (6)$$

kde

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{(R_N+h)\cos\phi} & 0 \\ \frac{1}{R_M+h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

### 3 Model v Simulinku

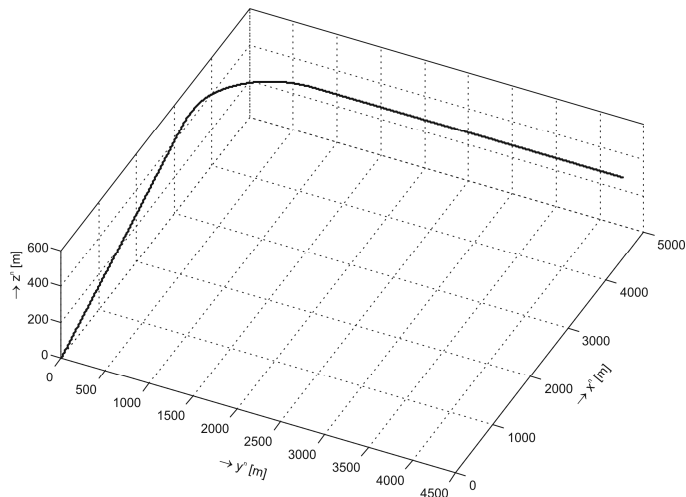
Model inerciálneho navigačného systému môžeme rozdeliť na dve časti. Prvá časť je inerciálna meracia jednotka a druhá časť je navigačný počítač. Vstupnými informáciami pre IMU sú zrýchlenia merané akcelerometrami a uhlové rýchlosti merané gyroskopmi. Tieto informácie sa generujú v generátore signálov. Generátor signálov vytvára ideálne signály zrýchlení  $a^b$  a ideálne signály uhlových rýchlostí  $\omega_{ib}^b$ , ku ktorým sa následne pripočítajú chyby sensorov. Detaily o generátore signálov sú rozobraté v [2]. Druhá časť modelu INS t.j. navigačný počítač je ilustrovaný na obr. č. 2. Tento model je zostavený na základe rovnice (3) a predstavuje navigačný počítač pracujúci v navigačnej súradnicovej sústave v spojitom čase.



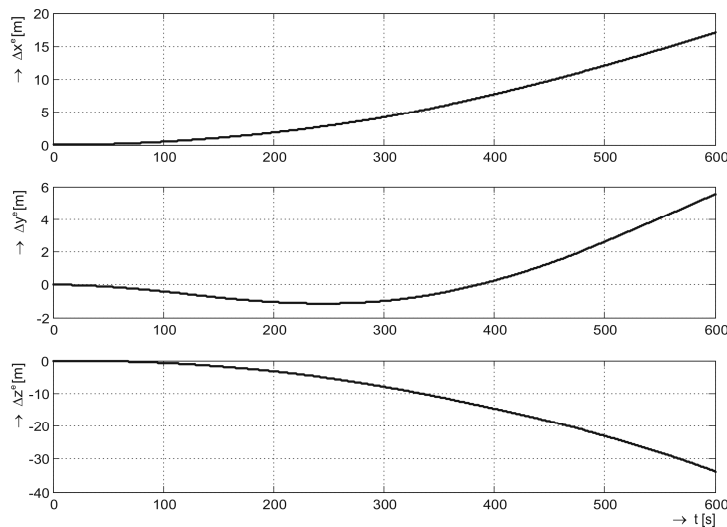
Obr. 2: Model INS v navigačnom súradnicovom systéme v prostredí MATLAB® SIMULINK®.

### 4 Test modelu

Test funkčnosti modelu bol vykonaný na etalónovom pohybe v dĺžke trvania 600 s. Pohyb pozostáva z pohybu na sever pri malom stúpaní a následnej zatáčky na východ pri konštantnej rýchlosti  $v^{bx} = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a výške  $h = 440 \text{ m}$ , manéver obsahuje zmenu uhla náklonu  $\phi = \{0^\circ \rightarrow 45^\circ\}$ , zmenu uhla kurzu  $\psi = \{0 \rightarrow 90^\circ\}$ , nakoniec zmenu  $\phi = \{45^\circ \rightarrow 0^\circ\}$ . Etalónový pohyb je ilustrovaný na obr. č. 3. Na základe tohto etalónového pohybu bola vytvorená generátorom signálov sada ideálnych meraní reprezentujúcich signály z akcelerometrov a gyroskopov, do ktorých boli následne zámerne zanesené chyby akcelerometrov a gyroskopov (viac o chybách a chybových modelov inerciálnych sensorov je popísané v [1]). Vytvorená sada meraní predstavuje vstupné vektory zrýchlení a uhlových rýchlostí do modelu navigačného počítača INS vytvoreného v Simulinku, ktorý je načrtnutý na obr. č. 2.



Obr. 3: Etalónový pohyb



Obr. 4: Rozdiel etalónovej dráhy a INS-dráhy

Ako vyplýva z obr. č. 4, ktorý ilustruje rozdiel etalónovej dráhy a INS-dráhy, INS vykazuje po 600 s trvajúcej simulácii chyby v polohe rádovo desiatky metrov. Tieto chyby časom narastajú a po hodine presahujú hodnoty rádovo kilometre. Hodnoty týchto chýb závisia od kvality senzorov, ktorých parametre je možné určiť pomocou metódy popísanej v [3]. Pre zvolený model boli použité chyby senzorov spadajúce do kategórie navigačnej úrovne podľa [1]. Výsledky simulácie odpovedajú zvoleným chybám senzorom.

## 5 Záver

Uvedený model inerciálneho navigačného systému bol podporným modelom pri vývoji integrovaného navigačného systému v rámci vedeckej úlohy. Navigačné rovnice inerciálneho navigačného systému v spojitom priestore v navigačnej súradnicovej sústave sa zložito implementujú do diskrétného priestoru. Preto pre implementáciu do tzv. real-time systémov bolo nutné uvedenú sústavu deviatich skalárnych diferenciálnych rovníc vhodne upraviť a vykonať diskretizáciu. Ale princíp diskretizácie a vytvorenia diskrétného modelu INS v navigačnej súradnicovej sústave je nad rámec tohto článku.

*Táto práca bola podporená projektom č. ŠPP-852\_08-RO02\_RU21-240 "Integrované navigačné systémy".*

## Literatúra

- [1] Soták, M. a kol.: *Integrácia navigačných systémov*: monografia, 1. vyd. Košice: Róbert Bréda, 2006, ISBN 80-969619-9-3.
- [2] Soták, M.: *Integrácia navigačných systémov INS a GPS*: dizertačná práca: Vojenská letecká akadémia gen. M. R. Štefánika, 2004, Košice.
- [3] Soták, M.: *Determining stochastic parameters using an unified method*. In: Acta Electrotechnica et Informatica. ISSN 1335-8243. Roč. 9, č. 2 (2009), s. 59-63.

---

Ing. Miloš SOTÁK, PhD., Akadémia ozbrojených síl gen. M. R. Štefánika,  
Demänová 393, 031 01 Liptovský Mikuláš, Slovensko  
email: milos.sotak@gmail.com