

TEORETICKÝ ROZBOR VÝKONOVÉHO AC REZONANČNÉHO FILTRA PRI PERIODICKOM NEHARMONICKOM NAPÁJANÍ A NESÚMERNOM RIADENÍ

Dobrucký B.¹, Beňová M.², Kaščák S.³

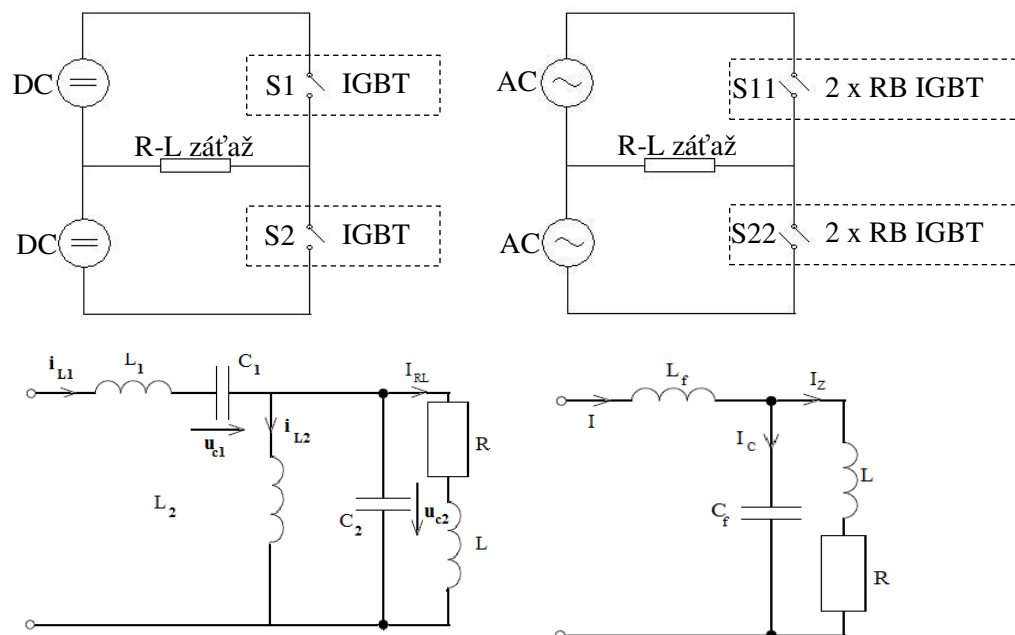
Žilinská univerzita v Žiline

Abstrakt

Možnosť, ako dosiahnuť na zát'aži harmonické sínusové napätie pri neharmonickom napájaní, je použiť filter ladený na prvú harmonickú alebo filter ladený na spínaciu frekvenciu. Úlohou LC filtra je odstrániť vyššie harmonické zložky napätia, aby sme na zát'aži dosiahli harmonické sínusové napätie. V prípade nesúmernosti dĺžky polperiód bude napätie obsahovať všetky harmonické zložky. Príspevok sa zaoberá teoretickým rozborom vlastností rezonančného filtra prvého typu. Výsledky získané počítačovou simuláciou potvrdzujú veľmi dobrú kvalitu výstupných veličín - napätia a prúdu filtra.

1 Základné zapojenia jednofázového napät'ového striedača s výstupným AC filtrom

Jednofázový napät'ový striedač môže byť realizovaný zásadne v mostovom alebo v polomostovom zapojení [1], pričom je napájaný z jednosmerného zdroja, obr. 1a. Pri napájaní zo striedavého zdroja hovoríme buď o jednofázovom AC-AC meniči - cyklokonvertore (ak ide o prirodzenú komutáciu a $f_1 > f_2$) alebo o jednofázovom maticovom meniči (s nútenou komutáciou a $f_1 > f_2$ alebo $f_1 < f_2$), obr. 1b. V prípade, že požadujeme na zát'aži harmonické sínusové napätie, je možné na výstupe striedača použiť rezonančný AC filter ladený na základnú harmonickú, alebo filter ladený na spínaciu frekvenciu, obr. 1c,d.



Obr. 1 Principiálne zapojenia jednofázového striedača a výstupného filtra

- jednofázový DC-AC menič (striedač) napájaný z jednosmerného zdroja
- jednofázový AC-AC menič napájaný zo striedavého zdroja
- výstupný rezonančný filter s rezonanciou pri základnej frekvencii
- výstupný rezonančný filter s rezonanciou pri spínacej frekvencii

¹ Elektrotechnická fakulta, Katedra mechatroniky a elektroniky, dobrucky@fel.uniza.sk, tf. +421415131602

² Elektrotechnická fakulta, Katedra teoretickej elektrotechniky, benova@fel.uniza.sk, tf. +421415135090

³ Elektrotechnická fakulta, Katedra mechatroniky a elektroniky, kascak@fel.uniza.sk, tf. +421415131605

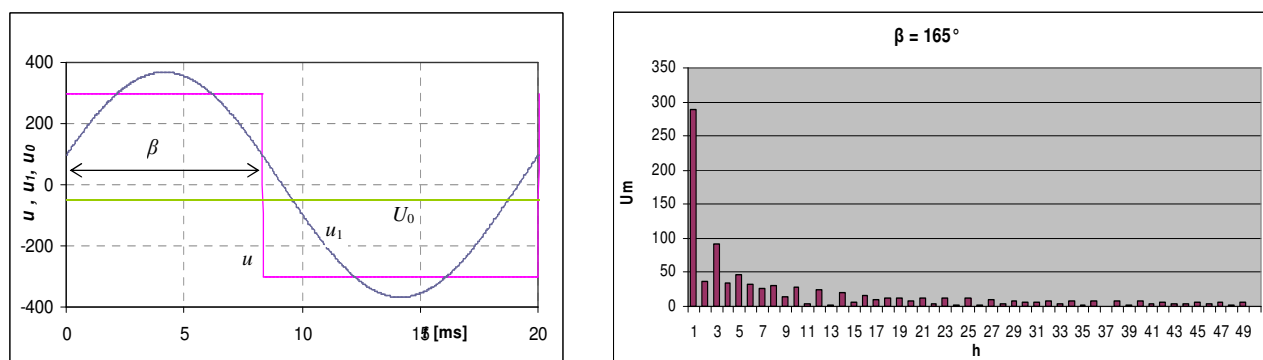
Možnosti riadenia jednofázového napät'ového striedača

V prípade mostového zapojenia striedača/meniča v mostovom zapojení, je možné na riadenie použiť klasickú šírkovú reguláciu alebo, lepšie, reguláciu s unipolárnou šírko-impulzovou moduláciou [1]. V polomostovom zapojení striedača/meniča, pri napájaní z jednosmerného alebo zo striedačového VF zdroja, je efektívne riadenie s využitím bipolárnej šírko-impulzovej modulácie [1]-[4], [8].

Pri použití šírko-impulzovej modulácie, unipolárnej alebo bipolárnej, je výhodnejšie požitie výstupného rezonančného filtra s rezonanciou na spínacej frekvencii striedača. Toto riešenie je dnes preferované z dôvodu malých rozmerov aj nízkej hmotnosti zariadenia, na druhej strane je však spojené s väčšími spínacími stratami v polovodičových súčiastkach meniča a aj filtra. V polomostových zapojeniach ale jednoduchá šírková regulácia nie je možná.

2 Princíp nesúmerného riadenia šírky impulzov napät'ového striedača

Výstupné napätie striedača (Obr. 2a) sa vyznačuje tým, že obsahuje široké spektrum vyšších harmonických zložiek. Na obr.1a je zobrazený nesúmerný impulzový priebeh napätia. Pri nesúmernosti impulzov v jednotlivých polperiódach obsahuje priebeh párne i nepárne členy Fourierovho rozvoja (obr. 2b), skreslenie je pomerne veľké, napr. pri 2/3-nesúmernosti až 62,5 %. Pri dokonalej súmernosti polperiód obsahuje iba nepárne harmonické a jeho celkové skreslenie je 43,5 %.



Obr. 2 a) Výstupné napätie 1-fáz. striedača v polomostovom zapojení s nesúmernosťou 165/180 °el.
b) Obsah harmonických zložiek vo výstupnom napätí

S použitím Fourierovej teórie je možné odvodiť pre amplitúdu základnej harmonickej zložky výstupného napätia striedača pri nesúmernom riadení vzťah (1)

$$\frac{U_{IM}(\beta)}{U_B} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{1 - \cos(\beta)} \dots \dots \left(= \frac{4}{\pi} \sin(\beta/2) \right) \quad (1)$$

kde: $U_{IM}(\beta)$ je amplitúda základnej harmonickej zložky v závislosti na šírke napät'ového impulzu
 U_B napätie batérie - maximálna hodnota vstupného napätia striedača
 β šírka napät'ového impulzu v rozsahu 0-180 °el. podľa obr. 2a, pričom platí

$$\beta = \pi - \alpha$$

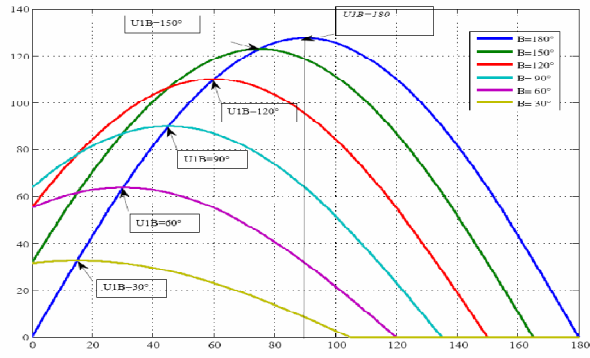
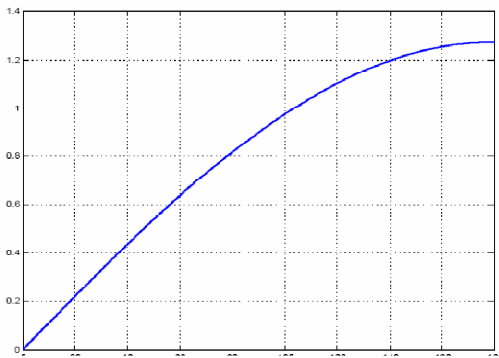
a α je riadiaci uhol, počítaný od konca polperiódy k začiatku impulzu.

Na základe uvedeného vzťahu môžeme konštatovať:

- s využitím vzťahu (1) je možné riadiť výstupné napätie striedača tak, aby amplitúda jeho základnej harmonickej zložky bola pri dovolených zmenách vstupného napätia konštantná;
- takisto je možné riadiť základnú harmonickej výstupného napätia v celom rozsahu od 0 do menovitej hodnoty U_{IN} ;
- prípadne môžeme riadiť výstupné napätie na konštantnú efektívnu hodnotu jeho priebehu.

Z obr. 2a vidíme, že pri nesúmernej šírkovej regulácii dochádza súčasne k fázovému posunu základnej harmonickej napätia na výstupe striedača a tiež, čo je horšie, že v dôsledku nesúmernosti polperiód napätia vzniká jednosmerná zložka. Táto je však nežiaduca a musí byť od striedačovej časti separovaná, k čomu môže s výhodou poslúžiť kondenzátor sériového rezonančného filtra (obr. 1c).

Priebeh závislosti základnej harmonickej (v pomerných jednotkách) na šírke impulzu β je na obr. 3a a časové priebehy základnej harmonickej pri rôznej šírke impulzu na obr. 3b.



Obr. 3a) Závislosť základnej harmonickej v pomerných jednotkách na šírke impulzu β ;
 b) Časové priebehy základnej harmonickej pri rôznej šírke impulzu

Časové priebehy na obr. 3b boli počítané podľa vzťahu

$$\frac{u_1(\beta)}{U_B} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{1 - \cos(\beta)} \cdot \cos(\omega t - \beta/2) \dots \left(= \frac{4}{\pi} \sin(\beta/2) \cdot \sin(\omega t + \pi/2 - \beta/2) \right). \quad (2)$$

3 Teoretický rozbor napätí a prúdov striedača s rezonančným LCLC filtrom

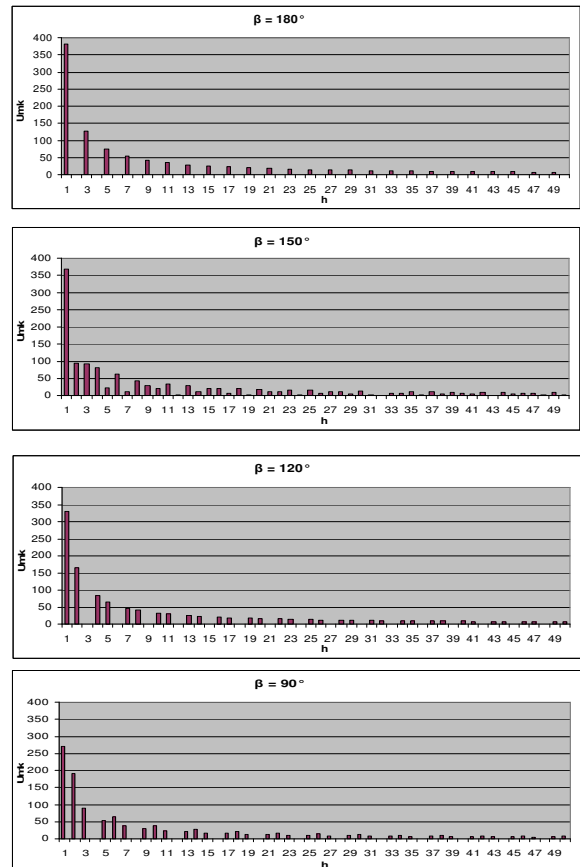
Výstupné napätie striedača. Pre amplitúdy jednotlivých harmonických zložiek napätia striedača pri nesúmernom šírkovom riadení môžeme odvodiť

$$\text{js. zložka } U_0 = \frac{\alpha - \pi}{2\pi} U; \quad k\text{-harmonická } U_{kM} = \frac{2}{\pi} U \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{\left(\frac{\sin(k\alpha)}{k}\right)^2 + \left(\frac{1 - \cos(k\alpha)}{k}\right)^2} \quad (3a,b)$$

V nasledujúcej tabuľke č. 1 sú ukázané príslušné veľkosti jednotlivých harmonických pre zvolené šírky impulzov 180 °el., 150 °el., 120 °el., 90 °el., pri konštantnom vstupnom napätí 300 V.

Tab. 1: VYPOČÍTANÉ HODNOTY HARMONICKÝCH ZLOŽIEK $U_M(k)$ PRE ZVOLENÉ ŠÍRKY IMPULZOV

β [°el.]	Poradie harmonickej				THD_U [%]
	$k=1$ U_{1M} [V]	$k=2$ U_{2M} [V]	$k=3$ U_{3M} [V]	$k=4$ U_{4M} [V]	
180	381,97	0	127,32	0	43,52
$U_0 = 0; \quad U_{\Sigma} = 130,7$					
150	368,29	93,45	91,17	81,45	47,1
$U_0 = -49; \quad U_{\Sigma} = 149,56$					
120	330,89	165,29	0	82,79	54,67
$U_0 = -99,90; \quad U_{\Sigma} = 192,53$					
90	270,51	190,98	89,60	0	58,69
$U_0 = -149,70; \quad U_{\Sigma} = 231,1$					



Obr. 4 (vpravo) Amplitúdové spektrum výstupného napätia striedača pri rôznych šírkach impulzu
 zhora – dolu: 180 °el., 150 °el.,
 120 °el., 90 °el.

Vstupné jednosmerné napätie striedača, resp. napätie batérie ($U_B = 300 \text{ V}$) bolo zvolené na základe požiadavky, aby efektívna hodnota napätia základnej harmonickej na výstupe striedača bola

$$U_1 = 230 \text{ V (ef. hodnota) = konštanta} \quad (4a)$$

v celom rozsahu jednosmerného napájacieho napätia $+10 \% - 15 \%$. Minimálna hodnota napätia jednosmerného zdroja pritom bude

$$U_{\text{MIN}} = 4/\pi. U_{1M} = 4/\pi. \sqrt{2.230} = 256 \text{ V}, \quad (4b)$$

a pri menovitom napätí 300 V bude teda striedač pracovať so zúženou šírkou β

$$\beta = \pi = \arcsin(U_{\text{MIN}}/U) = \arcsin(0,85) \approx 120^\circ \text{el.} \quad (4c)$$

Pri tejto šírke impulzu je hodnota celkového harmonického skreslenia relatívne vysoká ($> 55 \%$) takže na odfiltrovanie vyšších harmonických musí byť použitý veľmi kvalitný filter. Vhodným typom je *LCLC* filter s veľmi dobrou kvalitou a selektivitou [8], [9].

Diskrétna Fourierova transformácia. Na výpočet amplitúd základnej a vyšších harmonických zložiek výstupného napätia striedača je možné efektívne použiť tiež diskrétnu Fourierovu transformáciu (napr. [5]-[7] a ďalšie) s definičnými vzťahmi (5a,b,c)

$$X(v) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi \frac{nv}{N}}, \text{ resp. } \text{Re}\{X(v)\} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(2\pi \frac{nv}{N}\right), \text{ Im}\{X(v)\} = \frac{-2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \sin\left(2\pi \frac{nv}{N}\right) \quad (5a,b,c)$$

Pri výpočte celkového harmonického skreslenia napätia pri nesúmernom riadení boli použité vzťahy (6a,b) [..]

$$\text{THD}_U = \frac{U_\Sigma}{U} \dots \dots U_\Sigma = \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} U_k^2(\beta)} = \sqrt{U^2 - U_1^2(\beta)} \quad (6a,b)$$

kde U_Σ je efektívna hodnota sumy vyšších harmonických.

Z vypočítaných výsledkov na obr. 4a,b,c,d vidíme, že pri plnej šírke impulzu priebeh neobsahuje párne harmonické a pri celočíselnom pomere $2\pi\beta$ sú vylúčené harmonické, ktoré sú n -násobkom tohto pomeru. Pri porovnaní analyticky a numericky získaných hodnôt môžeme konštatovať veľmi dobrú zhodu, na desiatiny percent. Pre ďalší rozbor je preto použitý numerický výpočet s využitím programovacieho prostriedku MatLab 2007b.

Analýza vstupného prúdu a výstupného napätia rezonančného *LCLC* filtra.

Výpočet celkovej impedancie rezonančného filtra so záťažou. Pre uvažované sériovo-paralelné zapojenie filtra (obr. 1c) a odporovú záťaž dostaneme zjednodušené idealizované vzťahy (7a)

$$Z(k) = \sqrt{\left[\frac{1/R}{M(k)}\right]^2 + \left[Z_N(k-1/k) - \frac{1/Z_N(k-1/k)}{M(k)}\right]^2} \quad (7a)$$

kde

$$M(k) = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{R_N^2} (k-1/k)^2 \quad Z_N = \frac{U_{1N}^2}{P_N} \quad (7b,c)$$

Pri návrhu a dimenzovaní *LC* prvkov filtra vychádzame z požiadavky, aby na sériovom *LC* člene bolo menovité napätie a prvkami paralelného *LC* člena pretekal menovitý prúd [8], [9]. Rezonančná frekvencia tohto filtra je totožná s frekvenciou základnej harmonickej napätia. Z vypočítaných hodnôt – rádovo stovky mH a desiatky μF - je zrejmé, že uvažovaný filter bude mať veľké rozmery a hmotnosť a teda, že je vhodný iba na menšie výkony.

Pre dané výstupné napätie $U_{1N} = 230 \text{ V}$ (ef. hodnota) a zvolený menovitý výkon záťaže (230 W) sa bude Z_N rovnať 230Ω .

Pre amplitúdy harmonických zložiek vstupného prúdu *LCLC* filtra dostaneme

$$I_M(k) = \frac{U_M(k)}{Z(k)} = \frac{U_M(k)}{\sqrt{\left[\frac{1/R}{M(k)}\right]^2 + \left[Z_N(k-1/k) - \frac{1/Z_N(k-1/k)}{M(k)}\right]^2}} \quad (8)$$

Pre výpočet amplitúd harmonických zložiek výstupného napätia filtra $U_{2M}(k)$ môžeme odvodiť [10]:

$$U_{2M}(k) = \frac{|N(k)|}{|D(k)|} U_M(k) \quad (9)$$

kde $N(k)$ je

$$N(k) = \sqrt{\left[\frac{1/R}{M(k)}\right]^2 + \left[2Z_N(k-1/k) - \frac{1/Z_N(k-1/k)}{M(k)}\right]^2} \quad (9a)$$

$D(k)$ je

$$D(k) = \sqrt{\left[\frac{1/R}{M(k)}\right]^2 + \left[Z_N(k-1/k) - \frac{1/Z_N(k-1/k)}{M(k)}\right]^2} \quad (9b)$$

a

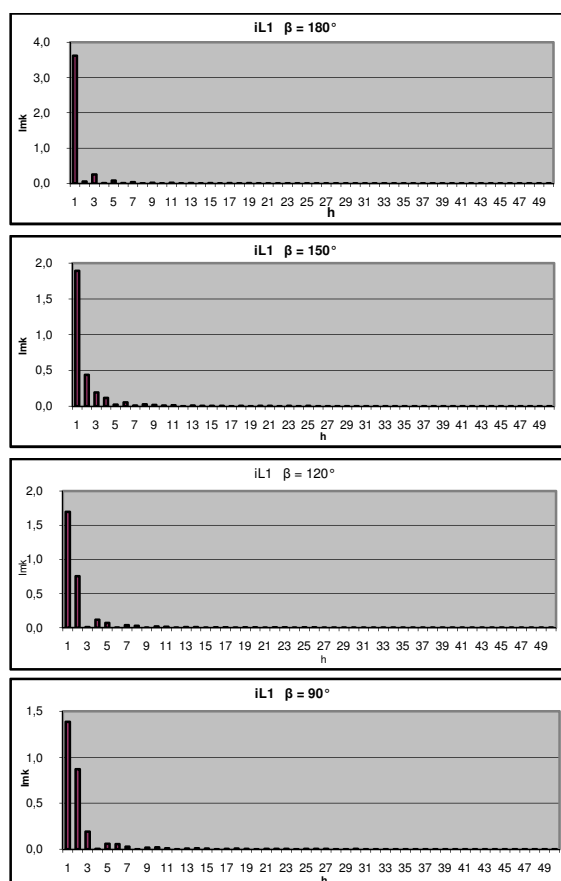
$M(k)$ a Z_N sú dané vzťahmi (7b,c) a $U_M(k)$ vzťahom (3b).

4 Výsledky numerickej analýzy vstupného prúdu a výstupného napätia LCLC filtra

V nasledujúcej tabuľke č. 1 sú ukázané príslušné veľkosti jednotlivých harmonických pre zvolené šírky impulzov 180 °el., 150 °el., 120 °el., 90 °el., pri konštantnom vstupnom napätí 300 V pri plnej (100%) záťaži.

Tab. 2: VYPOČÍTANÉ HODNOTY HARMONICKÝCH ZLOŽIEK $I_M(k)$ PRE ZVOLENÉ ŠÍRKY IMPULZOV

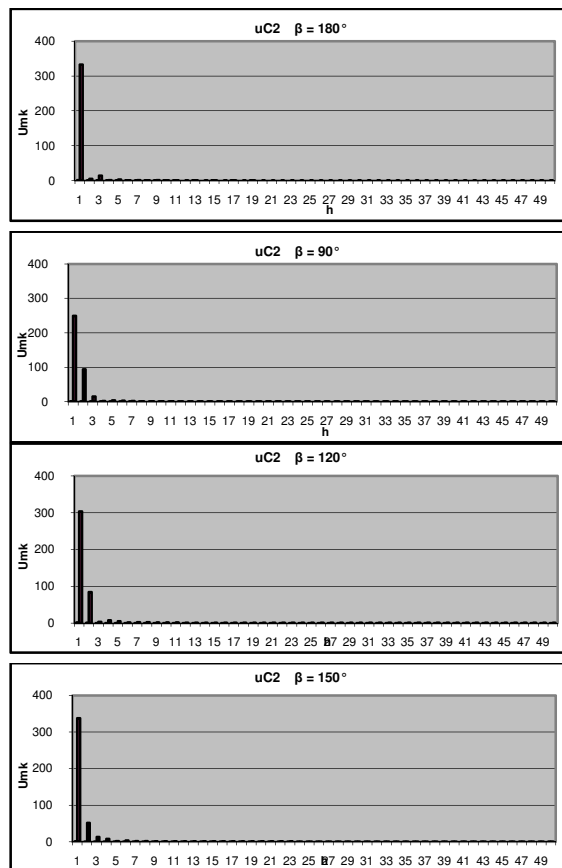
β [°el.]	Poradie harmonickej				THD_I [%]
	$k=1$ I_{1M} [A]	$k=2$ I_{2M} [A]	$k=3$ I_{3M} [A]	$k=4$ I_{4M} [A]	
180	3,626	0	0,25	0	7,52
	$I_\Sigma = 0,212$				
150	1,893	0,437	0,192	0,117	23,4
	$I_\Sigma = 0,3571$				
120	1,695	0,755	0	0,119	41,3
	$I_\Sigma = 0,547$				
90	1,384	0,87	0,192	0	54,46
	$I_\Sigma = 0,636$				



Obr. 5 (vpravo) Amplitúdové spektrum vstupného prúdu filtra pri rôznych šírkach impulzu
zhora – dolu: 180 °el., 150 °el.,
120 °el., 90 °el.

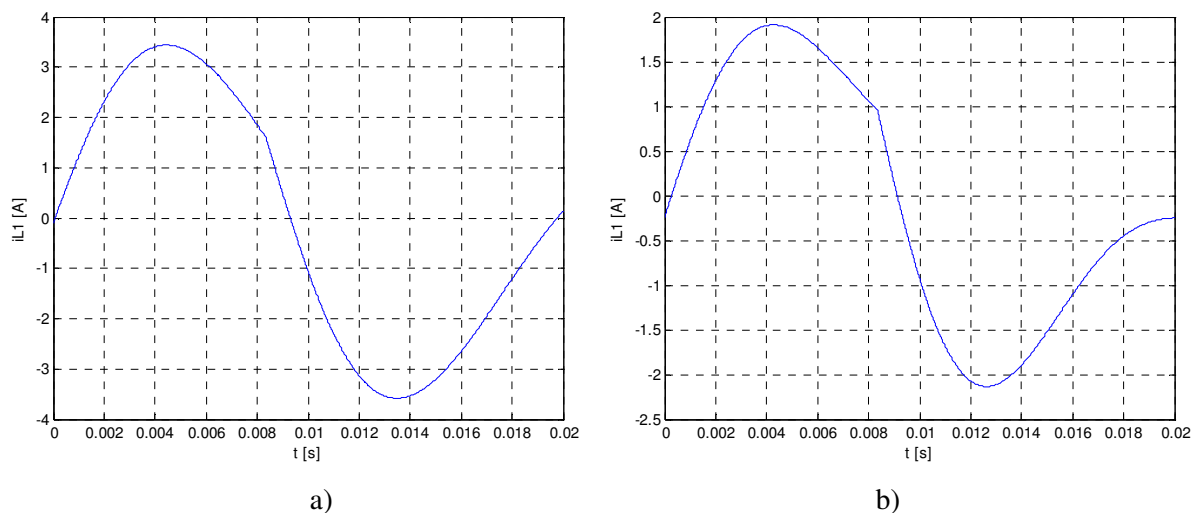
Tab. 3: VYPOČÍTANÉ HODNOTY HARMONICKÝCH ZLOŽIEK $U_{2M}(k)$ PRE ZVOLENÉ ŠÍRKY IMPULZOV

β [°el.]	Poradie harmonickej				THD_U [%]
	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	
	U_{1M} [V]	U_{2M} [V]	U_{3M} [V]	U_{4M} [V]	
180	333	0	14,2	0	4,63
	$U_0 = -7,56; U_\Sigma = 13,28$				
150	337,4	51,3	13,13	7,838	15,73
	$U_0 = -8,66; U_\Sigma = 39,98$				
120	303,5	83,89	0	7,65	26,84
	$U_0 = -6,04; U_\Sigma = 60,11$				
90	249,4	93,97	15,33	0	35,74
	$U_0 = -3,26; U_\Sigma = 67,57$				

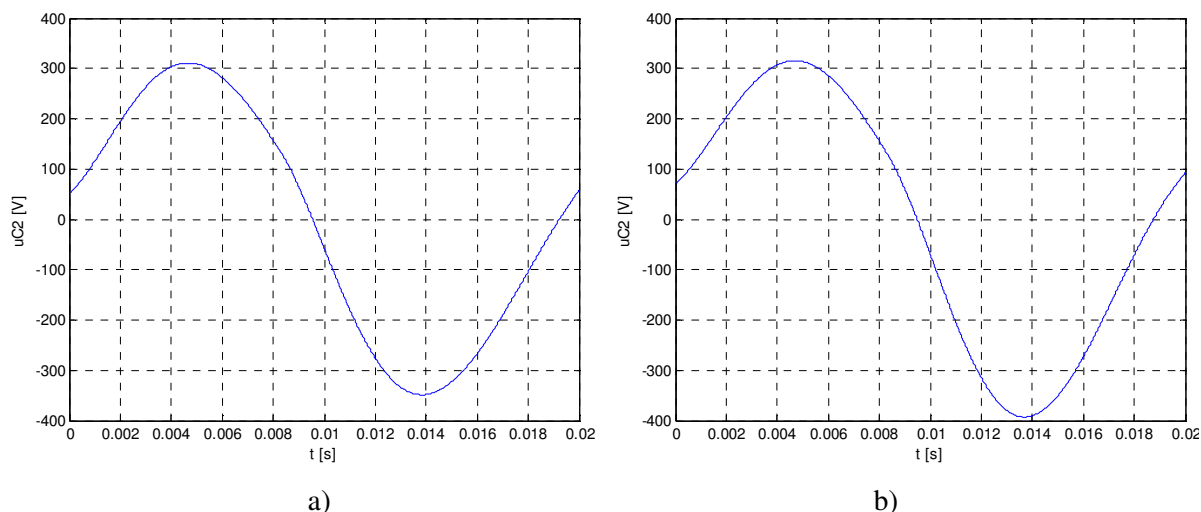


Obr. 6 (vpravo) Amplitúdové spektrum výstupného napätia filtra pri rôznych šírkach impulzu
zhora – dolu: 180 °el., 150 °el.,
120 °el., 90 °el

Na základe predchádzajúcej analýzy je možné dospieť k časovým priebehom napätí a prúdov, ako sú vstupný prúd filtra pri nulovej a 100% záťaži (obr.6a,b) a výstupné napätie filtra pri nulovej a 100% záťaži (obr.7a,b)



Obr.6 Tvar vstupného prúdu LCLC filtra pri šírke impulzu 150°v prípade 0 záťaže - stav naprázdno (a) a 100 % záťaže (b)



Obr.7 Tvar výstupného napätia *LCLC* filtra pri šírke impulzu 150° v prípade 0 záťaže - stav naprázdno (a) a 100 % záťaže (b)

5 Záver

Výsledky teoretického rozboru a následnej numerickej analýzy priebehov ukazujú veľmi dobrú kvalitu výstupného napätia striedača s *LCLC* filtrom ako aj vstupného prúdu filtra, a to v celom rozsahu záťaže. Taktiež bola ukázaná možnosť regulácie výstupného napätia pomocou nesúmerného riadenia šírky impulzov. Nevýhodou uvedeného riešenia sú rozmery a hmotnosť filtračného obvodu ako aj namáhanie kondenzátora sériovej časti filtra jednosmernou zložkou výstupného napätia striedača. Na problematike budeme ďalej pracovať; analýza dynamických stavov a syntéza filtračného obvodu budú prezentované v pripravovaných článkoch.

Literatúra

- [1] N. Mohan, T.M. Undeland, W.P. Robbins: *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*. John Wiley & Sons, Inc., ISBN 0-471-42908-2.
- [2] B. Dobrucký, M. Beňová, M. Marčoková, R. Šul: Analysis of Bipolar PWM Functions Using Discrete Complex Fourier Transform in Matlab. In: *Proc. of the 17th Technical Computing Prague Conf.*, Prague, Nov. 2009, pp. 22, ISBN 978-80-7080-733-0.
- [3] M. Beňová, B. Dobrucký, E. Szychta, M. Praženica: Modelling and Simulation of HF Half-Bridge Matrix Converter System in Frequency Domain. Paper in: *Logistika*, No. 6/2009, Dec. 2009, ISSN 1231-5478, pp. 85
- [4] M. Záskalická et al.: Analysis of Complex Time Function of Converter Output Quantities Using Complex Fourier Transform/Series. In: *Communications-Scientific Letters of the University of Zilina (SK)*, Vol. 12, No. 1, 2010, pp. 23-30, ISSN 1335-4205.
- [5] V. Čížek: *Discrete Fourier Transformation and Its Applications* (in Czech). Mathematical Seminar, SNTL Publisher, Prague (CZ), 1981.
- [6] S.W. Smith: The Complex Fourier Transform. Chapter 31. In: *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. California Technical Publishing, 1997-2007, pp. 567-580, ISBN 0-9660176-3-3.
- [7] M. Marčoková, J. Moravčík, M. Ružičková: *Mathematics IV, Part 4, Chap. III* (in Slovak). EDIS Publisher of University of Zilina, 2000, ISBN 80-7100-697-1
- [8] S. Kaščák: *Design of 2-Stage Converter with AC Interlink and Sinusoidal Secondary Part* (in Slovak), MSc Thesis, University of Zilina, 2010.
- [9] B. Dobrucký: Design of *L-C* Components of AC Resonant Filter (in Slovak). In: *Elektrotechnický obzor*, Vol. X, 1975, pp., No. 9.
- [10] B. Dobrucký: Analysis of Transient States of AC Resonant Filter (in Slovak). In: *Elektrotechnický obzor*, Vol. XI, 1976, pp., No. 9.