

# KALIBRÁCIA ZRÁŽKOVO-ODTOKOVÉHO BILANČNÉHO MODELU S MESAČNÝM ČASOVÝM KROKOM V PROSTREDÍ MATLAB

*R. Výleta, J. Szolgay, K. Hlavčová*

Katedra vodného hospodárstva krajiny, Stavebná fakulta STU v Bratislave

## Abstrakt

Predložená štúdia sa zaoberá modelovaním odtoku a prvkov hydrologickej bilancie v mesačnom časovom kroku, na ktoré sa zvyčajne používajú koncepčné modely hydrologickej bilancie so sústredenými parametrami. Simulujú hydrologické procesy pomocou zjednodušenia povodia na sériu spojených fiktívnych akumuláčnych nádrží, do ktorých vstupuje voda zo zrážok a z ktorých vystupuje prietok v záverečnom profile povodia. Používajú sa najmä v oblastiach odvodenia prietokov v povodiach bez priamych pozorovaní objektu, odhadu zmien hydrologického režimu v dôsledku zmien využívania územia a klimatickej zmeny, pri riadení odtoku v reálnom čase, v projektoch zásobovania vodou, pri návrhu a riadení vodohospodárskych sústav.

Koncepčný model hydrologickej bilancie je formulovaný na základe predpokladu, že vlastnosti dynamického systému sú priestorovo diskkrétne, čo umožňuje zjednodušiť matematický model a značne sa tým uľahčuje riešenie problémov. Rovnice použité v modeli reprezentujú základné fyzikálne zákony, alebo iné, ktoré sú za splnenia určitých podmienok a predpokladov považované za platné pre skúmaný objekt. Koefficienty v týchto rovniach (parametre modelu) charakterizujú špecifické „prirodné“ charakteristiky skúmaného systému. Po určení týchto parametrov (kalibrovaní modelu) môže byť model použitý na simuláciu objektu, alebo predpoveď jeho správania.

Kalibrácia parametrov modelu je založená na používaní optimalizačných metód a zavedení optimalizačných algoritmov do modelu, ktorých cieľom je prešetriť také množstvo kombinácií, aby bola úspešne nájdená sada parametrov modelu, ktorá čo najlepšie spĺňa hodnotu zvoleného optimalizačného kritéria. Model bol parametrizovaný pomocou genetického algoritmu a harmonického prehľadávania. Na riešenie daného problému bolo použité programové prostredie MATLAB.

Bola navrhnutá štruktúra zrážkovo-odtokového bilančného modelu a stanovená akceptovateľná, jedinečná sada parametrov modelu pomocou optimalizačných metód, ktoré sú súčasťou modelu. Je nutné však podotknúť, že táto sada parametrov je len jednou z mnohých, pri ktorých možno získať obdobne kvalitnú simuláciu daného riešeného problému.

## Úvod

Odvodenie vzťahu medzi zrážkami a z nich vytvoreným odtokom je jedným zo základných problémov hydrológie. Na modelovanie odtoku a prvkov hydrologickej bilancie v mesačnom kroku sa zvyčajne používajú koncepčné modely hydrologickej bilancie so sústredenými parametrami s mesačným časovým krokom. Tieto modely sú zväčša formulované na základe predpokladu, že vlastnosti dynamického systému sú priestorovo diskkrétne. Priestorovo diskkrétne predstavy umožňujú zjednodušiť matematický model, čo nám značne uľahčuje riešenie problémov. Manažment povodí sa pri rôznych

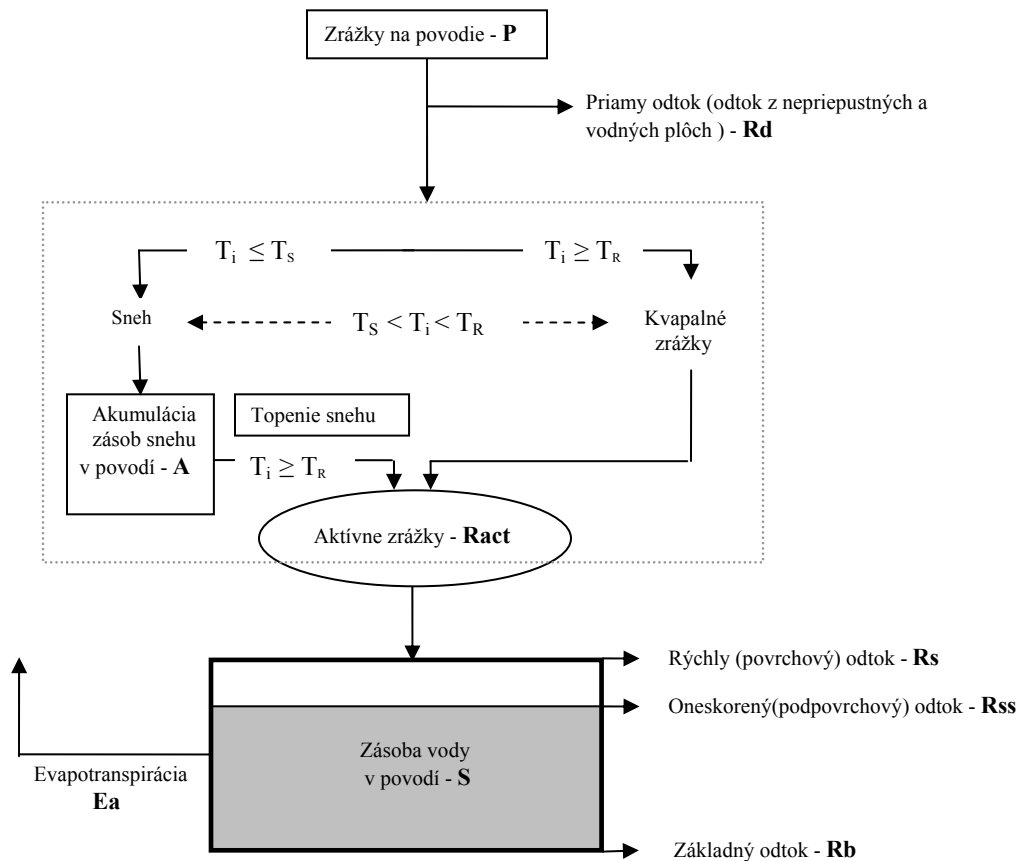
úlohách opiera o rozličné typy zrážkovo-odtokových modelov. Tieto úlohy sú najčastejšie zamerané na skúmanie správania sa povodia pri rôznych zmenených podmienkach tvorby odtoku, odhad jeho odozvy na rôzne scenáre zrážkových situácií. Ďalšie uplatnenie takýchto modelov môžeme hľadať vo vodnom hospodárstve a hydrológii najmä v oblastiach odvodnenia dlhých prietokových radov v povodiach s krátkymi meranými radmi prietokov a dlhšími meranými radmi zrážkových pozorovaní, v odvodnení prietokov v povodiach bez priamych pozorovaní objektu, odhadu zmien hydrologického režimu v dôsledku zmien využívania územia a klimatickej zmeny. Na Slovensku boli použité napr. na modelovanie vplyvu zmeny klímy na odtok v mesačnom časovom kroku v prácach (Halmová, 2000, 2002), (Hlavčová a kol., 2000), (Majerčáková, 2000), (Petrovič, 2000), (Szolgay a kol., 2000, 2002), (Hlavčová, Kalaš et al., 2004), (Parajka, Kalaš et al., 2004). Vo svete sa využívajú napr. pri riadení odtoku v reálnom čase, pri návrhu a riadení vodohospodárskych sústav (Alley, 1985), pri dimenzovaní akumulčných nádrží (Xu a Vandewiele, 1995), pri analýzach vzťahu medzi klímou s vodnými zdrojmi (Schaake a Liu, 1989).

### 1. Zrážkovo-odtokový bilančný model s mesačným časovým krokom

Model použitý v tejto štúdii imituje správanie sa hydrologického systému, ktorého cieľom je určenie výstupov zo systému zo zadaných vstupov t.j. simuluje akumuláciu vody v povodí, topenie snehu, evapotranspiráciu, odtok z nepriepustných a vodných plôch (priamy odtok), povrchový odtok a základný odtok. Ako vstup používa len priemerný mesačný úhrn zrážok na povodie, priemerné mesačné teploty vzduchu, priemerné mesačné prietoky v záverečnom profile a priemerné mesačné hodnoty potenciálnej evapotranspirácie. Rovnice použité v modeli reprezentujú základné fyzikálne zákony, alebo zákony, ktoré sú za splnenia určitých podmienok a predpokladov považované za platné pre skúmaný objekt. Koeficienty v týchto rovniciach (parametre modelu) charakterizujú špecifické charakteristiky skúmaného systému. Po určení týchto parametrov (kalibrácia modelu) môže byť model použitý na simuláciu objektu, alebo predpoveď jeho správania. Zrážkovo-odtokový bilančný model použitý v tejto štúdii s mesačným časovým krokom vychádza zo schémy pôvodného modelu Watbal (Yates, 1994), ktorý zjednodušene reprezentuje povodie jednou nelineárnou nádržou. Bol modifikovaný v práci Kalaš (2006) a následne sa ďalej vyvíjal v práci Výleta (2009). Na rozdiel od pôvodnej verzie tento model schematizuje povodie na dve nelineárne nádrže. V prvej nelineárnej nádrži prebieha proces akumulácie a topenia snehu a v druhej prebieha simulácia zmeny prvkov hydrologickej bilancie povodia. Základným predpokladom modelu je, že jednotlivé zložky odtoku z povodia závisia od aktuálnej zásoby vody v povodí. V modeli je základná rovnica kontinuity pre celé povodie zapísaná v tvare:

$$S_i - S_{i-1} = [P_{(i)}(1 - \beta) - Rs_i - Rss_i - Ea_i - Rb] \Delta t \quad (1)$$

kde  $S_i$  a  $S_{i-1}$  sú aktuálne zásoby vody v povodí v mesiaci  $i$  a  $i-1$  [mm],  $t$  je čas v mesiacoch,  $P_{(i)}$  sú priemerné mesačné zrážky na povodie [mm. mesiac<sup>-1</sup>],  $\beta$  je koeficient vyjadrujúci podiel zrážok na povodie, parameter modelu [-], ktoré dopadnú na nepriepustné a vodné plochy,  $Rs_i$  je rýchly (povrchový) odtok [mm. mesiac<sup>-1</sup>],  $Rss_i$  je oneskorený (podpovrchový) odtok [mm. mesiac<sup>-1</sup>],  $Ea_i$  je aktuálna evapotranspirácia [mm. mesiac<sup>-1</sup>],  $R_b$  je základný odtok [mm. mesiac<sup>-1</sup>].



Obr. 1. Schéma hydrologického bilančného modelu s mesačným časovým krokom.

Na začiatku simulácie prvkov hydrologickej bilancie sa vyčlení z meraných zrážok na povodie tá časť, ktorá dopadne na nepriepustné podložie a vodné plochy. Z týchto zrážok sa tvorí priamy odtok, ktorý je vyjadrený pomocou vzťahu:

$$R_{d(i)} = P_i \cdot \beta \quad (2)$$

kde  $R_{d(i)}$  je priamy odtok (z nepriepustných a vodných plôch) za mesiac [mm],  $P_i$  je úhrn zrážok na povodie za mesiac [mm] a  $\beta$  je koeficient vyjadrujúci podiel zrážok na povodie, parameter modelu [-], ktoré dopadnú na nepriepustné a vodné plochy.

Tento odtok sa ďalej nezúčastňuje na výpočte hydrologickej bilancie povodia, odvádza sa do záverečného profilu a ostatná časť zrážok prechádza do prvej nelineárnej nádrže, v ktorej môže prebiehať akumulácia a topenie snehu. Zrážky sú v tejto nádrži pretransformované na tzv. aktívne zrážky  $R_{act}$ , ktoré sa podieľajú na tvorbe zásob vody v povodí a na zásobe vody v snehovej pokrývke. Počítajú sa ako súčet tekutých zrážok v aktuálnom časovom kroku a dávky roztopeného snehu z akumulovaných zrážok v snehovej pokrývke z predchádzajúceho časového kroku podľa vzťahu :

$$R_{act(i)} = mc_i (A_{i-1} + P_i) \quad (3)$$

kde  $R_{act(i)}$  sú aktívne zrážky na povodie za mesiac  $i$  [mm],  $P_i$  sú namerané mesačné úhrny zrážok na povodie za mesiac  $i$  [mm],  $mc_i$  je faktor topenia snehu v mesiaci  $i$  [-],  $A_{i-1}$  je akumulácia vody v snehovej pokrývke za mesiac  $i-1$  [mm].

Dôležitou súčasťou modelu je výpočet hodnoty faktoru topenia snehu  $mc$ , ktorý rozdeľuje pozorované zrážky na dážď a sneh. V prípade, ak je teplota vzduchu v danom časovom kroku väčšia alebo rovná ako hraničná hodnota pre topenie snehu  $T_i$ , všetky zrážky sú považované za tekuté a zúčastňujú sa na tvorbe odtoku v danom časovom kroku.

$$mc_i = 1, \text{ ak } T_i \geq T_R \quad (4)$$

Ak je teplota vzduchu nižšia alebo rovná ako hraničná hodnota pre tvorbu snehovej pokrývky  $T_S$ , všetky zrážky sú akumulované do snehovej pokrývky.

$$mc_i = 0, \text{ ak } T_i \leq T_S \quad (5)$$

Ak sa teplota vzduchu v uvažovanom časovom kroku nachádza v intervale  $T_S < T_i < T_R$ , je faktor topenia snehu  $mc_i$  vypočítaný podľa vzťahu :

$$mc_i = \left[ \frac{T_i - T_S}{T_R - T_S} \right]^{C_{Ract}}, \text{ ak } T_S < T_i < T_R \quad (6)$$

kde  $A_{i-1}$  je akumulácia vody v snehovej pokrývke za mesiac  $i-1$  [mm],  $T_i$  je priemerná teplota vzduchu na povodí v mesiaci  $i$  [°C],  $C_{Ract}$  je parameter modelu pre výpočet aktívnych zrážok na povodie,  $T_S$  je hraničná teplota tvorby snehovej pokrývky [°C],  $T_R$  je hraničná teplota topenia snehu [°C].

Akumulácia vody v snehovej pokrývke sa počíta podľa vzťahu :

$$A_i = (1 - mc_i)(A_{i-1} + P_i) \quad (7)$$

kde  $A_i$  a  $A_{i-1}$  je akumulácia vody v snehovej pokrývke za mesiac  $i$  a  $i-1$  [mm],  $mc_i$  je faktor topenia snehu v mesiaci  $i$  [-],  $P_i$  sú merané zrážky na povodie za mesiac  $i$  [mm].

Základný odtok  $Rb$  reprezentuje napájanie toku z podzemných vôd v období minimálnych prietokov. Určuje sa odhadom.

Rýchly (povrchový) odtok  $Rs$  je funkciou pomeru aktuálnej zásoby vody v povodí k maximálnej modelovanej zásobe vody v nenasýtenej a nasýtenej zóne povodia  $S_{max}$ , parametra  $\varepsilon$  a rozdielu aktívnych zrážok  $R_{act}$  a základného odtoku  $Rb$ . V prípade, ak sú v danom časovom kroku  $i$  aktívne zrážky menšie ako základný odtok  $Rb$ , rýchly (povrchový) odtok  $Rs$  je nulový.

$$Rs_i = 0, \text{ ak } R_{act(i)} < Rb \quad (8)$$

Ak je hodnota aktívnych zrážok  $R_{act(i)}$  v danom časovom kroku vyššia ako hodnota základného odtoku  $R_b$ , rýchly (povrchový) odtok  $R_s$  sa počíta podľa vzťahu:

$$R_{s_i} = \left( \frac{S_i}{S_{max}} \right)^\varepsilon (R_{act(i)} - R_b), \text{ ak } R_{act(i)} > R_b \quad (9)$$

kde  $S_{max}$  je maximálna kapacita akumuláčnej nádrže zásob vody v povodí (maximálna modelovaná zásoba vody v nenasýtenej a nasýtenej zóne povodia), v ktorej sa simuluje zmena zásoby vody v povodí [mm],  $S_i$  je aktuálna zásoba vody v povodí v mesiaci  $i$  [mm],  $R_{act(i)}$  sú aktívne zrážky na povodie za mesiac  $i$  [mm],  $R_b$  je základný odtok [mm],  $\varepsilon$  je koeficient povrchového odtoku, parameter modelu [-].

Oneskorený (podpovrchový) odtok  $R_{ss}$  je funkciou pomeru aktuálnej zásoby vody v povodí  $S_i$  k maximálnej modelovanej zásobe vody v nenasýtenej a nasýtenej zóne povodia  $S_{max}$  a parametrov  $\alpha$  a  $\gamma$ :

$$R_{ss_i} = \alpha \left( \frac{S_i}{S_{max}} \right)^\gamma \quad (10)$$

kde  $S_{max}$  je maximálna kapacita akumuláčnej nádrže zásob vody v povodí (maximálna modelovaná zásoba vody v nenasýtenej a nasýtenej zóne povodia), v ktorej sa simuluje zmena zásoby vody v povodí [mm],  $S_i$  je aktuálna zásoba vody v povodí v mesiaci  $i$  [mm],  $\alpha$  a  $\gamma$  sú koeficienty povrchového odtoku, parametre modelu [-].

Celkový odtok  $RC$  pre každý časový krok je daný súčtom odtoku z nepriepustných a vodných plôch  $R_d$ , povrchového odtoku  $R_s$ , podpovrchového odtoku  $R_{ss}$  a základného odtoku  $R_b$ .

$$RC_i = R_s + R_{ss} + R_d + R_b \quad (11)$$

Aktuálna mesačná evapotranspirácia  $Ea_i$  je funkciou potenciálnej mesačnej evapotranspirácie  $ET_i$  a pomeru skutočnej zásoby vody v povodí  $S_i$  a maximálnej kapacity akumuláčnej nádrže  $S_{max}$ .

$$Ea_i = ET_i \left[ 1 - \left( 1 - \frac{S_i}{S_{max}} \right)^{C_{ea}} \right] \quad (12)$$

kde  $Ea_i$  je aktuálna mesačná evapotranspirácia za mesiac  $i$ ,  $ET_i$  je potenciálna mesačná evapotranspirácia za mesiac  $i$ ,  $S_{max}$  je maximálna kapacita akumuláčnej nádrže zásob vody v povodí (maximálna modelovaná zásoba vody v nenasýtenej a nasýtenej zóne povodia), v ktorej sa simuluje zmena zásoby vody v povodí [mm],  $S_i$  je aktuálna zásoba vody v povodí v mesiaci  $i$  [mm],  $C_{ea}$  je koeficient aktuálnej mesačnej evapotranspirácie, parameter modelu [-].

## 2. Kalibrácia modelu na povodí horného Hrona

Kalibráciu modelu si možno predstaviť ako snahu stanoviť akceptovateľnú, prípadne jedinečnú sadu parametrov, ktorá zabezpečí zhodu medzi meranými a simulovanými premennými v zmysle zvolených kritérií. Na vyjadrenie zhody medzi pozorovanými a namodelovanými údajmi sa počas kalibrácie modelov používajú rôzne kritériá zhody. Tieto kritériá sa tiež môžu uvádzať pod pojmom optimalizačné, kalibračné alebo cieľové funkcie. Ich úlohou je nielen vystihovať reakciu modelu na jednotlivé vyhodnocované sady parametrov modelu, ale musia i zohľadňovať ciele aplikácie modelu.

V tejto práci bolo vybrané ako optimalizačné kritérium Nash - Sutcliffeov koeficient ( Nash a Sutcliffe, 1970 ) :

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{mer(i)} - \bar{Q}_{mer})^2 - \sum_{i=1}^n (Q_{mer(i)} - Q_{sim(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (Q_{mer(i)} - \bar{Q}_{mer})^2} \quad (14)$$

kde  $\bar{Q}_{mer}$  je aritmetický priemer meraných prietokov [ $m^3 \cdot s^{-1}$ ],  $Q_{sim(t)}$  je simulovaný prietok [ $m^3 \cdot s^{-1}$ ],  $Q_{mer(t)}$  je meraný prietok [ $m^3 \cdot s^{-1}$ ],  $n$  je počet mesiacov použitých pri kalibrácii modelu.

Vychádza z meraných a simulovaných prietokov, nadobúda hodnotu blížiacu sa k hodnote 1. Čím bližšie sa táto hodnota daného riešenia dostáva k hodnote 1, tým je riešenie lepšie. Používa sa najmä pri simulácii dlhodobých mesačných a extrémnych prietokov.

Pre kalibráciu parametrov modelu boli použité údaje od r. 1961 – 2000 z povodia horného Hrona až po Banskú Bystricu. Optimalizujeme deväť parametrov, pre ktoré sa nastaví rozsah prípustných hodnôt ( interval, v ktorom sa môžu kalibrované parametre nachádzať tab. 1).

Tabuľka 1. Hranice optimálnych parametrov modelu (DH – dolná hranica, HH – horná hranica ).

	$T_l$ [°C]	$T_s$ [°C]	$S_{max}$ [mm]	$\beta$ [-]	$\varepsilon$ [-]	$\alpha$ [-]	$\gamma$ [-]	$C_{ea}$ [-]	$C_{cract}$ [-]
DH	-8,0	0,0	150,0	0,001	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
HH	0,0	8,0	400,0	0,08	2,5	4,0	1,5	4,0	2,0

Na to, aby bola úspešne nájdená sada parametrov modelu v zmysle zvoleného kritéria sa v tejto práci používa genetický algoritmus. Podrobný prehľad o genetickom algoritme ako aj informácie o správnom nastavení genetických operátorov (výber, kríženie a mutácia) ponúka literatúra (Sekaj I., 2005).

## 3. Výsledky kalibrácie

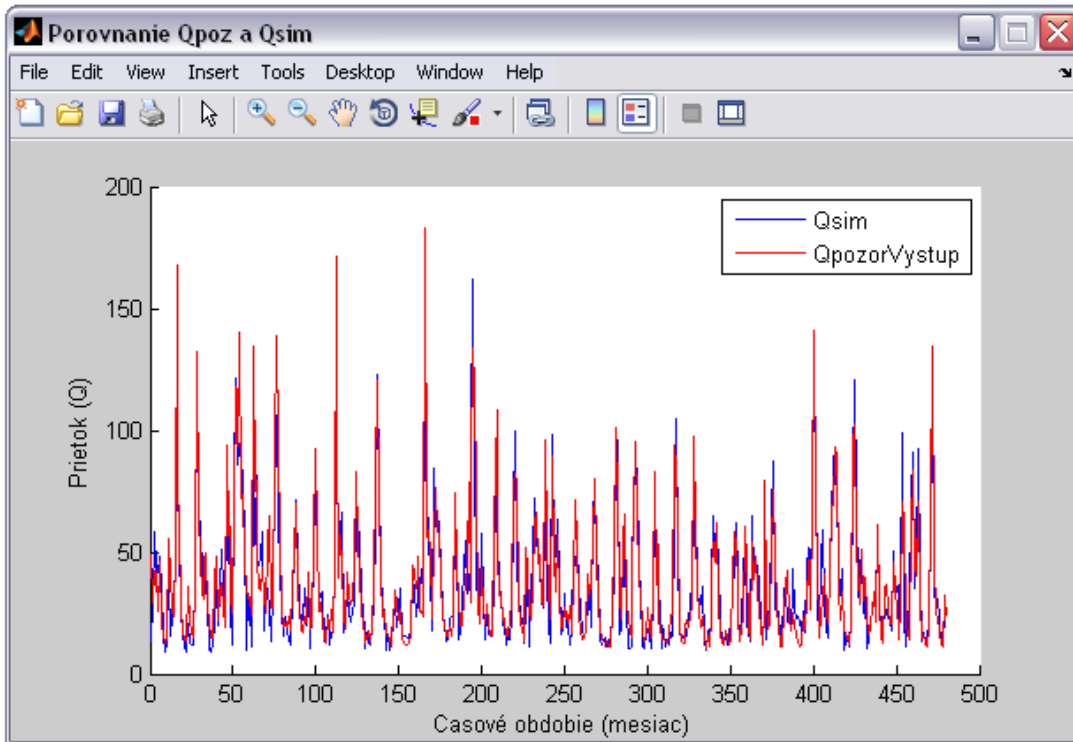
Z výsledkov kalibrácie je zrejmé, že pomocou genetického algoritmu bola nájdená sada parametrov modelu (tab. 2), ktorá virohodne simuluje skutočnosť. Nash-Sutcliffeov koeficient dosahuje hodnotu 0,8117.

Tabuľka 2. Sada optimalizovaných parametrov modelu.

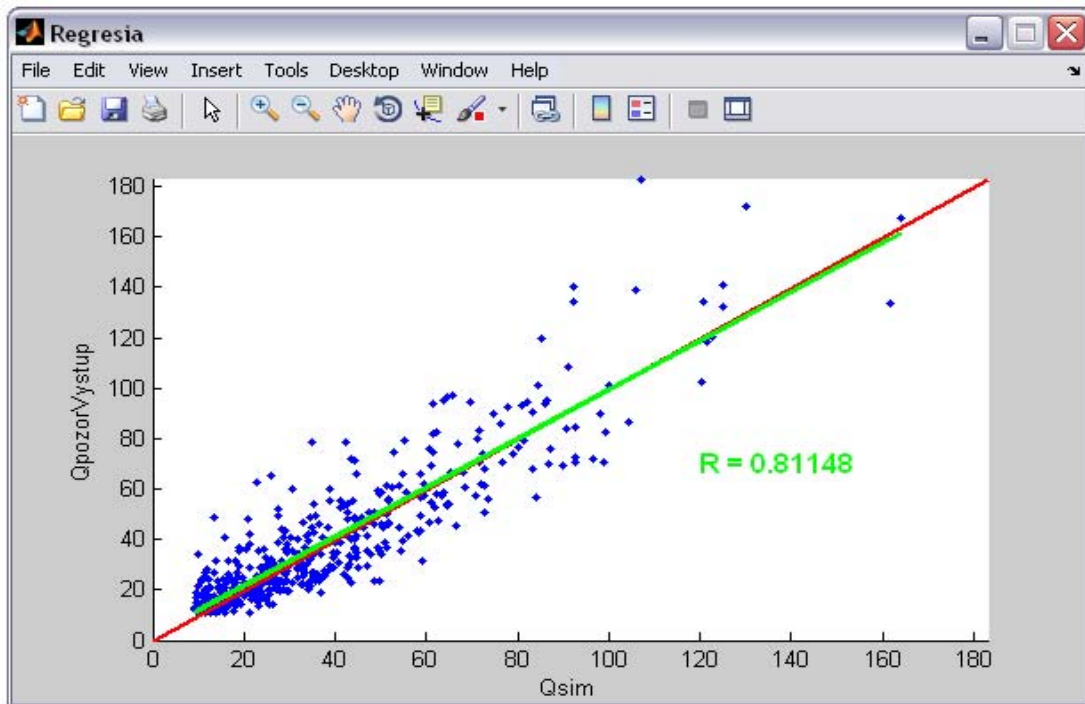
parameter	$T_l$	$T_s$	$S_{max}$	$\beta$	$\varepsilon$	$\alpha$	$\gamma$	$C_{ea}$	$C_{ract}$
	[°C]	[°C]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
hodnota	-6,9	5,4	251,2	0,068	1,917	3,646	1,9	0,56	0,873

#### 4. Subjektívne hodnotenie kvalít simulácie pomocou grafických pomôcok

Keďže číselné vyjadrenie kvalít simulácie nie je dostatočným indikátorom jej presnosti, boli do modelu zabudované niektoré grafické pomôcky. Obr. 2 znázorňuje vykreslenie časových radov pozorovaných a modelom simulovaných prietokov. Z grafu regresie medzi týmito prietokmi (obr. 3) vyplýva, že čiara regresie sa približuje k diagonále v grafe, čo indikuje optimálny výsledok. Korelačný koeficient je 0,81148.

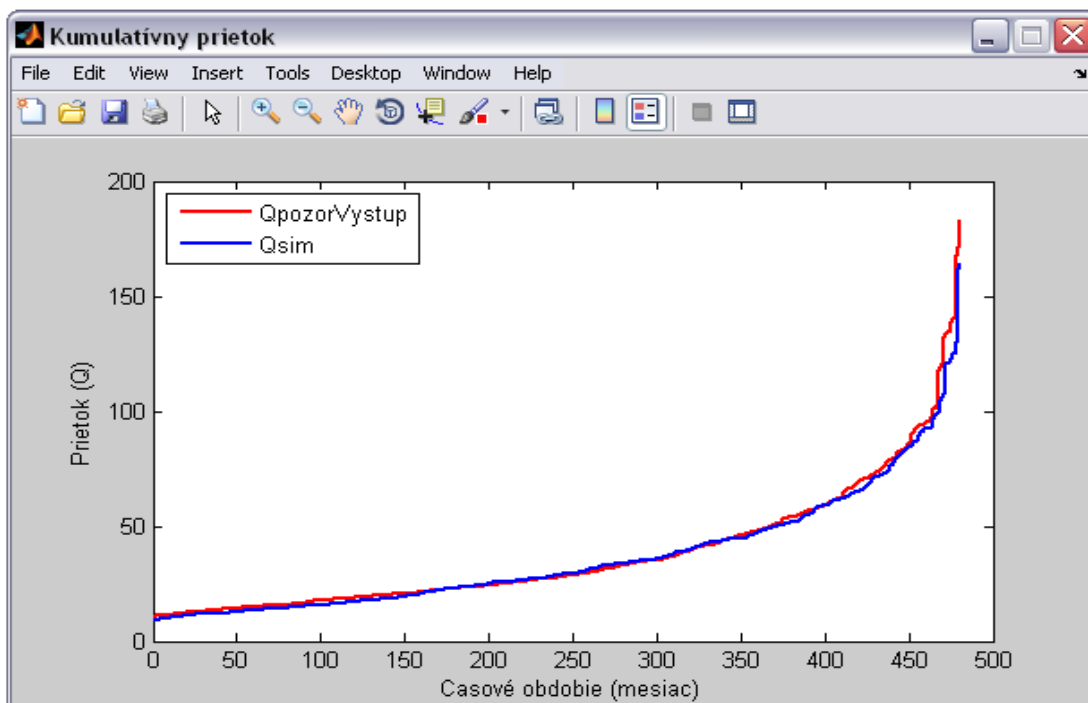


Obr. 2. Vykreslenie časových radov pozorovaných a modelom simulovaných prietokov (povodie horného Hrona, 1961- 2000).



Obr. 3. Regresia medzi pozorovaným a modelom simulovaným prietokom s korelačným koeficientom (povodie horného Hrona, 1961- 2000).

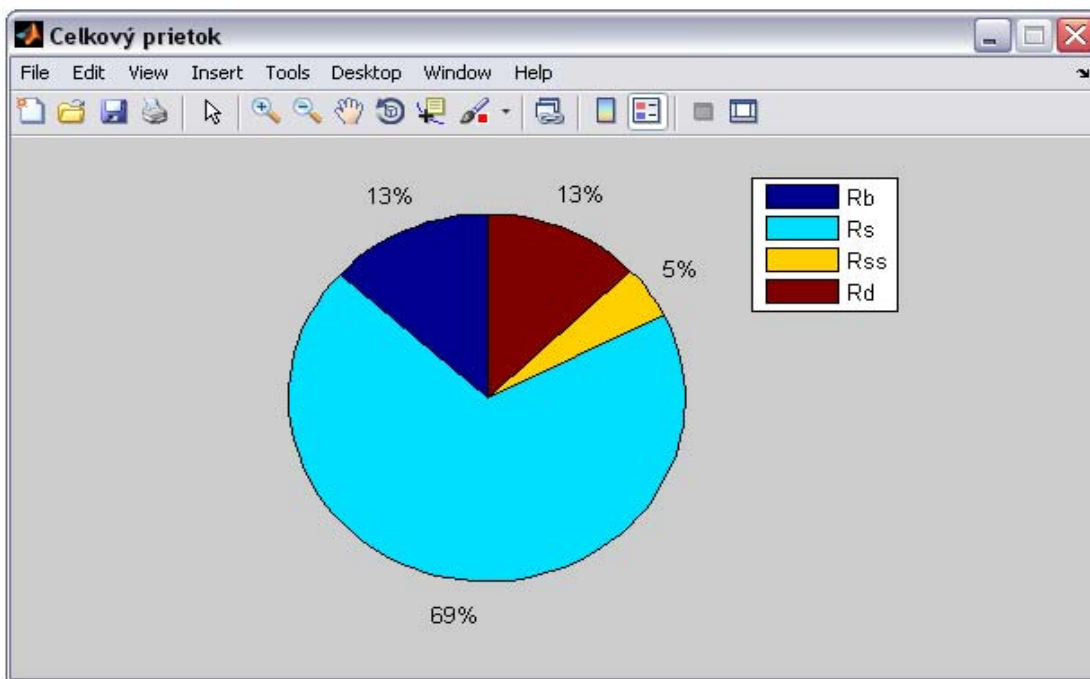
Obr. 4 poukazuje na to, že model skoro presne zachytáva maximá a minimá simulovaného prietoku v porovnaní s pozorovaným prietokom.



Obr. 4. Zoradenie simulovaných a pozorovaných bodov prietokov [mm. mesiac<sup>-1</sup>], (povodie horného Hrona, 1961- 2000).



Obr. 5 umožňuje bližší pohľad na prvky celkového odtoku povodia.



Obr. 5. Celkový odtok z povodia horného Hrona, 1961- 2000 (základný odtok – Rb, povrchový odtok Rs, podpovrchový odtok – Rss, priamy odtok – Rd ).

## Záver

V príspevku sme sa zaoberali štruktúrou zrážkovo-odtokového modelu s mesačným časovým krokom. Do modelu boli zabudované grafické pomôcky, ktoré napomáhajú subjektívnemu hodnoteniu kvalít simulácie. Kalibráciou na povodí horného Hrona až po Banskú Bystricu bola nájdená akceptovateľná sada parametrov modelu v zmysle zvoleného optimalizačného kritéria. Je nutné však podotknúť, že táto sada parametrov je len jednou z mnohých, pri ktorých možno získať obdobne kvalitnú simuláciu daného riešeného problému. Bilančný model je teda schopný hľadať optimálny vzťah medzi zrážkami a z nich vytvoreným odtokom v danom povodí.

## Podakovanie

Táto práca bola podporovaná Agentúrou na podporu vedy a techniky prostredníctvom finančnej podpory č. APVV-0443-07.

## Literatúra

Alley, W. M., 1985: Water balance models in one-month-ahead stream flow forecasting Water Resources Research, 21(4), 597-606.  
Fernandez W., Vogel, R.M., Sankarasubramanian, A., 1999/00: Regional Calibration of a Watershed Model., Hydrological Sciences Journal.

- Halmová, D., 2000: Vplyv zmien klímy na zabezpečenosť odberu vody z vodného diela Orava. *Acta Hydrologica* 2, 3-12.
- Halmová, D., 2002: Simulácie celkového objemu nádrží s uvážením rozdielnych scenárov zmeny klímy. *Acta Hydrologica Slovaca*, 3(2), 174-184.
- Hlavčová, K., Szolgay, J., Parajka, J., Čunderlík, J., 2000: Modelovanie vplyvu zmeny klímy na režim odtoku v regióne stredného Slovenska. Zväzok č. 9 Národného klimatického programu SR. MŽP SR a SHMÚ, Bratislava, 15-38.
- Hlavčová, K., Kalaš, M., Kohnová, S., Szolgay, J., 2004: Modelovanie potenciálnej evapotranspirácie a odtoku v mesačnom kroku na povodí Hrona. *J. Hydrol. Hydromech.*, 52, 4.
- Kalaš, M., 2006: Modelovanie hydrologickej bilancie s mesačným časovým krokom. Dizertáčna práca, Bratislava.
- Majerčáková, O., 2000: Modelovanie možných zmien mesačných odtokov na vybraných povodiach centrálneho Slovenska na základe nových klimatických scenárov. In: Možné dôsledky klimatickej zmeny na Slovensku. Zväzok č. 9 Národného klimatického programu SR. MŽP SR a SHMÚ, Bratislava, 5-14.
- Nash, J. E. and Sutcliffe, J., 1970: River flow forecasting through conceptual models Part 1. A discussion of principles, *J. Hydrol.*, 10, 282-290.
- Parajka, J., Kalaš, M., Hlavčová, K., Danihlík, R., Szolgay, J., 2004: Hydrologické scenáre možných zmien priemerných mesačných prietokov v budúcich desaťročiach. *Acta Hydrologica Slovaca*, 5(1), pp. 87-94.
- Petrovič, P., 2000: Dôsledky premenlivosti klímy na hydrologický režim v povodí Nitry. In: Možné dôsledky klimatickej zmeny na Slovensku. Zväzok č. 9 Národného klimatického programu SR. SHMÚ, MŽP SR, Bratislava, 58-73.
- Schaake, J. C. and Liu, C., 1989: Development and application of simple water balance models to understand the relationship between climate and water resources, in: M. L. Kavvas (ed.), *New Directions for Surface Water Modeling (Proceedings of the Baltimore Symposium, May 1989)*, IAHS Publ. No. 181.
- Sekaj, I., 2005: Evolučné výpočty a ich využitie v praxi. Bratislava, IRIS.
- Szolgay, J., Hlavčová, K., 2000: Modelové riešenie odhadov vplyvu zmeny klímy na hydrologický cyklus a vodné hospodárstvo. *Životné prostredie*, XXXIV, č. 2, 75-80.
- Szolgay, J., Hlavčová, K., Kalaš, M., 2002: Určovanie vplyvu klimatickej zmeny na odtokový proces. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, roč. 50, č. 4., s. 341-371.
- Výleta, R., 2009: Zrážkovo-odtokový bilančný model s mesačným časovým krokom. Diplomová práca, Bratislava.
- Xu, C.-Y. and Vandewiele, G. L., 1995: Parsimonious monthly rainfall-runoff models for humid basins with different input requirements, *Adv. Water Resour.*, 18, 39-48.
- Yates, D., 1994: WatBal - An integrated water balance model for climate impact assessment of river basin runoff. Laxenburg, IIASA.