

# NÁVRH ROBUSTNÉHO RIADENIA PRE AKTÍVNE PRUŽENIE AUTOMOBILU

Ing. Monika Zuščíková, doc. Ing. Cyril Belavý, CSc.

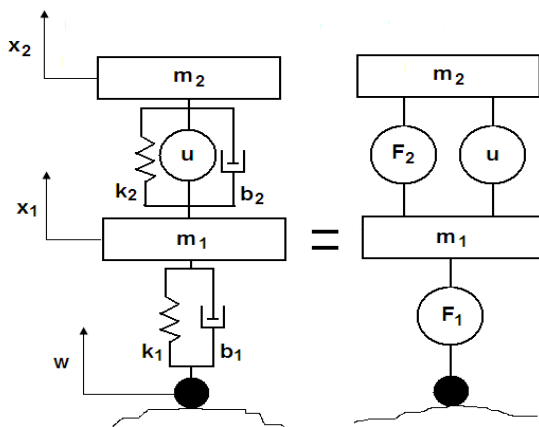
Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky, Strojnícka Fakulta,  
Slovenská Technická Univerzita v Bratislave, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1

## Abstrakt

Článok sa zaoberá návrhom robustného riadenia pre aktívne pruženie automobilu. Pre porovnanie dosiahnutých výsledkov bolo navrhnuté i optimálne riadenie. Simulácia riadenia bola realizovaná v softvérovom prostredí Matlab-Simulink vytvorením užívateľského prostredia pre simuláciu pasívneho a aktívneho pruženia vo frekvenčnej aj časovej oblasti, s využitím Robust Control Toolboxu pre robustné riadenie a Control System Toolboxu pre optimálne riadenie.

## 1 Matematický model pruženia automobilu

Na analýzu riadenia pruženia bol použitý štvrtinový model automobilu zobrazený na Obr. 1. Model má dva stupne voľnosti, kde hmotnosť  $m_1$  reprezentuje neodpruženú časť a  $m_2$  odpruženú časť vozidla,  $k_1$  je tuhosť pneumatiky,  $k_2$  tuhosť hlavnej pružiny,  $b_1$  koeficient útlmu pneumatiky,  $b_2$  koeficient útlmu tlmiča a  $u$  je akčná sila. Vstupom do modelu je budenie od vozovky  $w$ . [1]



Obrázok 1: Štvrtinový model pruženia automobilu

TABUĽKA 1: HODNOTY PARAMETROV ŠTVRTINOVÉHO MODELU PRUŽENIA AUTOMOBILU

$i$	Názov	Ozn.	Veľkosť	Jednotka
1.	Neodpružená hmotnosť	$m_1$	50	(kg)
2.	Hmotnosť karosérie	$m_2$	400	(kg)
3.	Tuhosť pneumatiky	$k_1$	250 000	(N/m)
4.	Tuhosť hlavnej pružiny	$k_2$	40 000	(N/m)
5.	Koeficient útlmu pneumatiky	$b_1$	500	(Ns/m)
6.	Koeficient útlmu hlavného tlmiča	$b_2$	1600	(Ns/m)

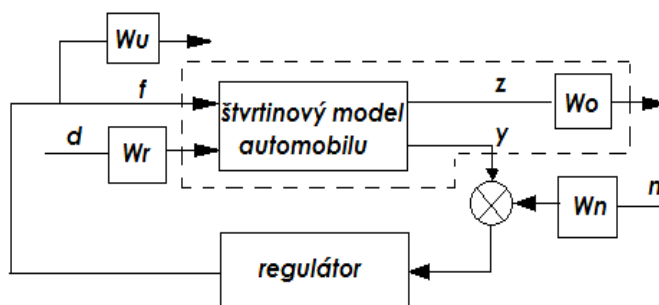
Pre syntézu riadenia je potrebné matematický model opísať pomocou stavového priestoru

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}_2(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C}_1\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{11}\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u}_2(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_2\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{21}\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{D}_{22}\mathbf{u}_2(t)\end{aligned}\quad (1)$$

kde  $\mathbf{x}$  je vektor stavových veličín,  $\mathbf{z}$  je vektor snímaných veličín,  $\mathbf{y}$  je vektor optimalizovaných veličín,  $\mathbf{u}_1$  je vektor budenia od vozovky  $w$  a šum od snímačov a  $\mathbf{u}_2$  je vektor riadiacich vstupov [2], [3].

## 2 Návrh robustného riadenia

Optimalizované a riadiace veličiny sa vážujú a normujú vzhľadom k vopred stanoveným kritickým hodnotám. Takouto úpravou sa výrazne zlepši možnosť posúdenia naladenia regulátora, pretože všetky pozorované a riadené veličiny budú nadobúdať hodnoty od 0 do 1. Na Obr. 2 je zobrazená bloková schéma riadeného systému pruženia.



Obrázok 2: Bloková schéma riadeného systému

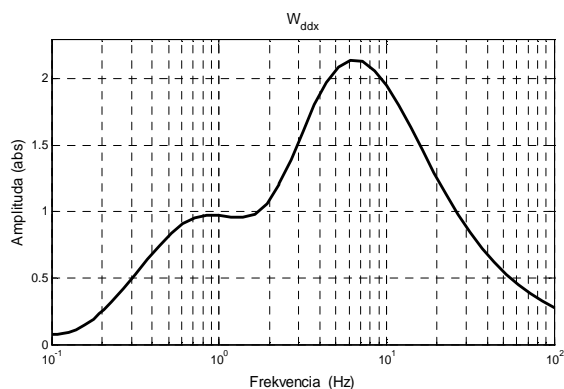
Váhujúce filtre jednotlivých kritérií pruženia sú vyjadrené pomocou prenosových funkcií nultého rádu, pričom celková váhová matica optimalizovaných veličín má nasledovný tvar

$$\mathbf{W}_0 = \begin{bmatrix} W_{y_1}(s)W_{ddx_2}(s) & 0 & 0 \\ 0 & W_{y_2}(s) & 0 \\ 0 & 0 & W_{y_3}(s) \end{bmatrix} \quad (2)$$

kde  $W_{y_1}$  váhovací filter zrýchlenia karosérie násobený prenosovou funkciou potláčajúcou mieru zrýchlenia karosérie, ktorá v konečnom dôsledku pôsobí na ľudský organizmus. Definovaná je v norme ISO 2631 a na Obr. 3 je zobrazený priebeh jej frekvenčnej odozvy [4].

$$W_{y_1}(s) = \frac{1}{a_{krit}} \quad (3)$$

$$W_{ddx_2}(s) = \frac{num_w}{den_w} = \left[ \frac{87,72 \ 1138 \ 11336 \ 5453 \ 5509}{1 \ 92,6854 \ 2549,83 \ 25969 \ 81057 \ 79783} \right] \quad (4)$$



Obrázok 3: Frekvenčná odozva prenosovej funkcie váhovacieho filtra zrýchlenia karosérie

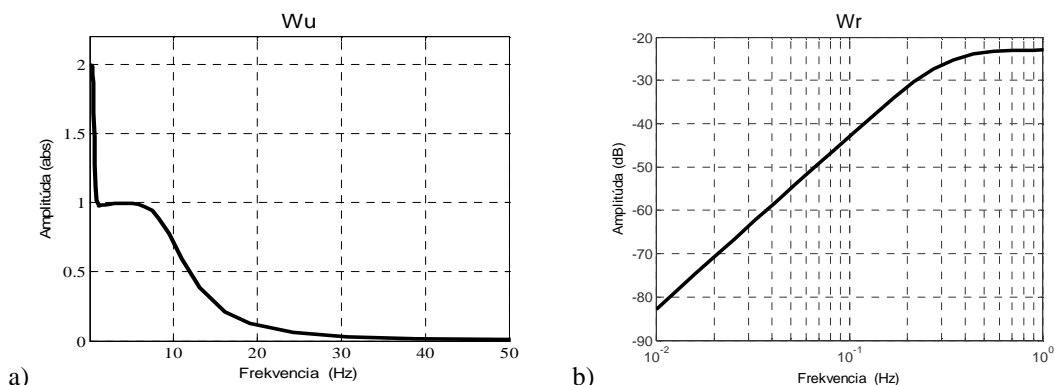
Prenosová funkcia  $W_{y_2}$  váhuje pracovný priestor pruženia a  $W_{y_3}$  dynamickú silu v pneumatike vzhľadom na ich kritické hodnoty, ktoré sa vypočítajú z konštrukčných parametrov vozidla.

$$W_{y_2}(s) = \frac{1}{x_{krit}} \quad (5)$$

$$W_{y_3}(s) = \frac{1}{F_{krit}} \quad (6)$$

Neštruktúrované neurčitosti reprezentuje váhovací filter vozovky  $W_r(s)$ , ktorá sa dá tvarovať pomocou analógového Butterworthovho filtra napríklad tretieho rádu, jeho frekvenčná odozva je na

Obr. 4a). Ďalej je to váhovací filter šumov na snímačoch  $Wn(s)$  a váhovací filter riadiaceho člena (aktuátora)  $Wu(s)$ , ktorý je v paralelnom zapojení, tak aby minimalizoval amplitúdu bez vplyvu na fázu aktívnej sily, ktorá vstupuje do modelu. Pribeh frekvenčnej odozvy tohto filtra je zobrazený na Obr. 4b).



Obrázok 4: Frekvenčná odozva prenosovej funkcie a) váhovacieho filtra aktuátora b) váhovacieho filtra vozovky v logaritmických súradniciach

Za parametrickú neurčitost' bola uvažovaná meniaci sa hmotnosť karosérie vozidla  $m_2$ , ktorá sa mohla meniť z nominálnej hodnoty až po 1,5 násobok svojej pôvodnej hmotnosti. V programe Matlabe bola definovaná pomocou funkcie *ureal* nachádzajúcej sa v Robust Control Toolbox. [5]

### 3 Optimálne riadenie

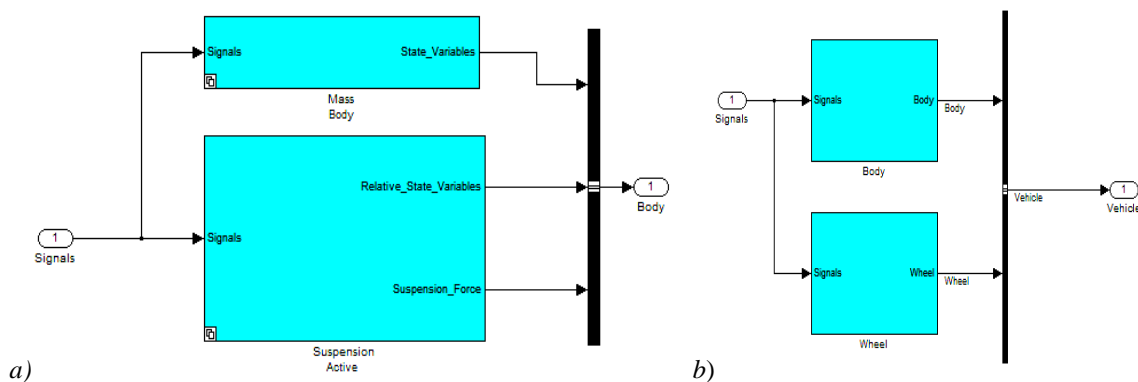
Cieľom optimálneho riadenia je nájsť hodnoty matice zosilnenia  $\mathbf{K}$ , tak aby sa dosiahlo minimum kritériálnej funkcie [6]

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{y}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{y}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)] \quad (7)$$

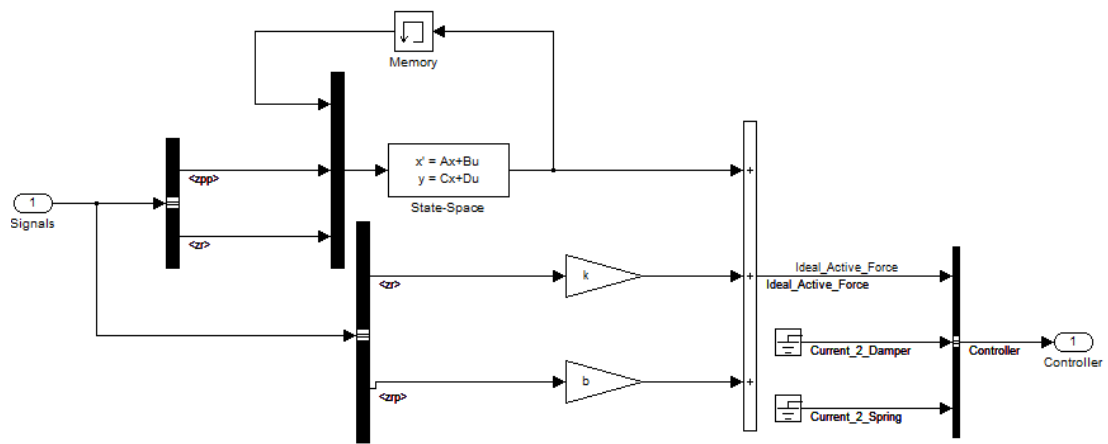
Súčasťou kritériálnej funkcie je váhová matica jednotlivých optimalizovaných kritérií  $\mathbf{Q}$  a penalizačná matica  $\mathbf{R}$  aktívnych silových účinkov  $\mathbf{u}$ . Ak tieto matice budú jednotkové diagonálne, všetky optimalizované veličiny budú zohľadňované rovnako, čo sa zabezpečilo vopred normovaním optimalizovaných veličín ku ich kritickým hodnotám. V prípade, ak chceme regulátor naladiť tak, aby pruženie viac vyhovovalo niektorému z optimalizovaných veličín, postačí, ak sa iba prísnejšie určí kritická hodnota daného parametra alebo namiesto hodnoty 1 vo váhovej matici sa zadá podľa potreby vyššia alebo nižšia hodnota.

### 4 Simulácia riadenia v prostredí Matlabe-Simulink

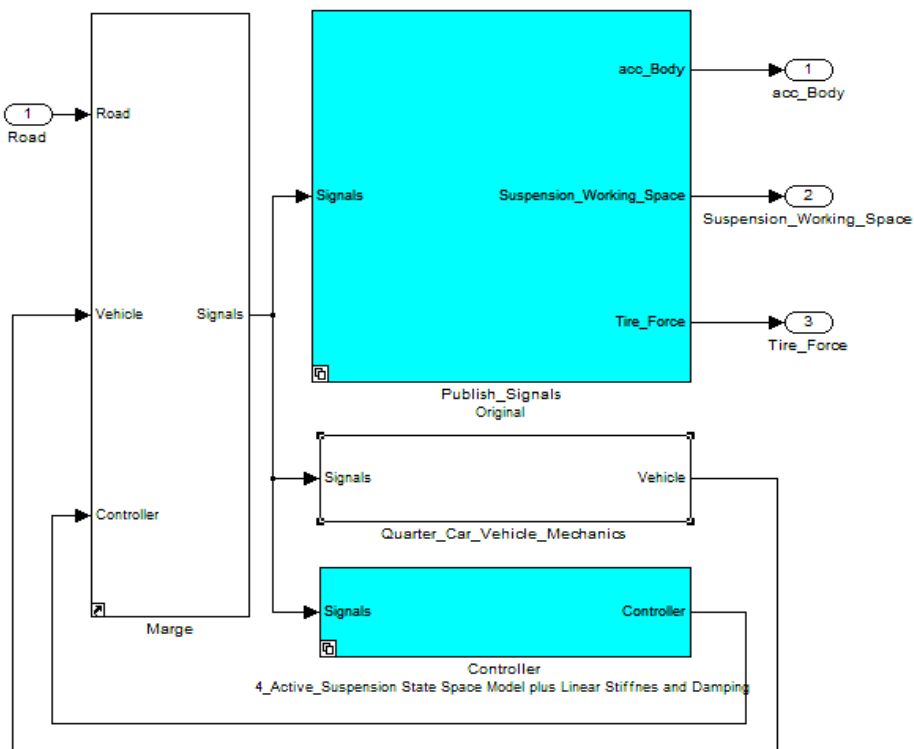
Na simuláciu navrhovaného riadenia bola v prostredí programu Matlab-Simulink vytvorená knižnica blokov. Maticu zosilnenia optimálneho regulátora sme získali pomocou príkazu *lqry* a Maticu zosilnenia robustného regulátora pomocou *dksyn* z Robust Control Toolboxu.



Obrázok 5: a) Model hmotnosť karosérie a jej pruženia b) štvrtinový model pruženia



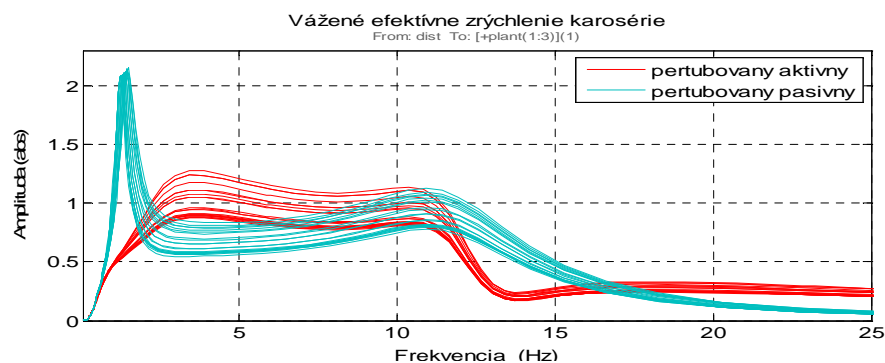
Obrázok 6: Realizácia pruženia prisluchajúceho k hmotnosti karosérie a aktuátora

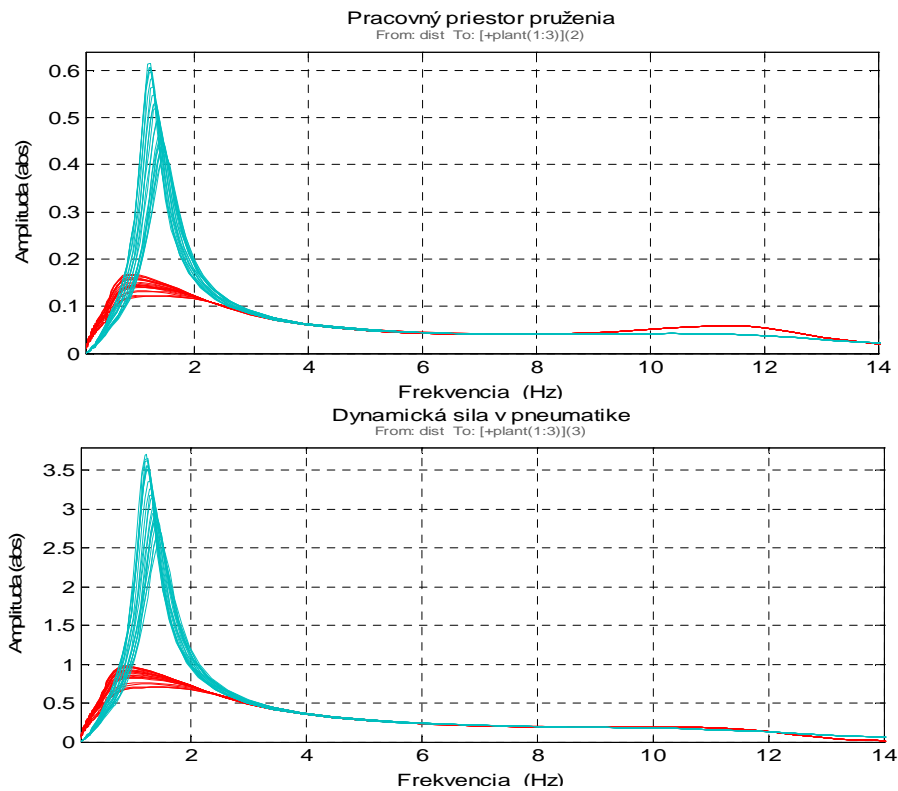


Obrázok 7: Simulačný model na skúmanie pasívneho a aktívneho pruženia automobilu

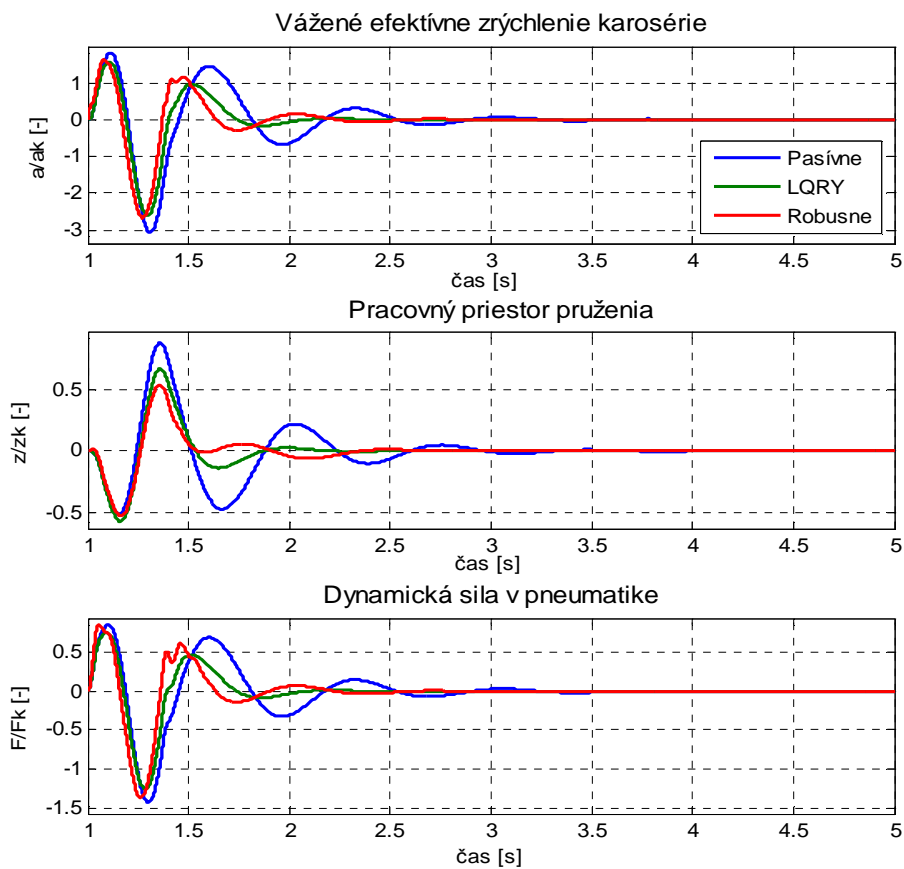
## 5 Výsledky simulácií

Na nasledujúcich obrázkoch sú výsledky simulácií jednotlivých optimalizovaných kritérií vo frekvenčnej ako aj v časovej oblasti pri zvolených parametroch modelu pruženia automobilu Tab.1.





Obrázok 8: Amplitúdovo frekvenčné charakteristiky kritérií pruženia pre perturbovaný model pasívneho pruženia (modrá farba) a robustne riadeného perturbovaného modelu aktívneho pruženia (červená farba)



Obrázok 9: Časová odozva jednotlivých kritérií pruženia na prekážku pre pasívne riadenie, optimálne riadenie a robustné riadenie

## 6 Záver

Článok sa venoval návrhu robustného regulátora pre štvrtinový model pruženia automobilu. Návrh riadenia aktívneho pruženia automobilu ako aj analýza neurčitosti modelu boli realizované v softvérovom prostredí Matlab-Simulink, kde bola vytvorená vlastná knižnica pre simuláciu pasívneho a aktívneho pruženia s možnosťou výberu konkrétneho regulátora. Dosiiahnuté výsledky jednotlivých typov riadenia boli simulačne overené v časovej aj vo frekvenčnej oblasti. Z dosiahnutých výsledkov vyplýva, že najlepšie výsledky sa dosiahli optimálnym riadením, avšak jeho reálna implementácia by bola zložitá. Robustným regulátorom boli dosiahnuté tiež veľmi pozitívne výsledky približujúce sa výsledkom optimálneho riadenia, čo znázorňuje Obr.9. Robustným riadením sa dá zabezpečiť požadovaná kvalita pre optimalizované kritéria pruženia aj pri meniacich sa parametroch systému pruženia ako aj pri zohľadnení dynamických neurčitostí.

## 7 PodĎakovanie

Článok bol pripravený pri grantovej podpore APVV projektu (APVV-0090-10).

## Referencie

- [1] M. Zuščíková. *Aplikácia optimálneho riadenia v systéme odpruženia automobilu*. Diplomová práca. Bratislava :Slovenská technická univerzita v Bratislave, Strojnícka fakulta, Ústav aplikovanej mechaniky a mechatroniky, 2010.
- [2] K. Zhou, J. C. Doyle, K. Glover. *Robust and Optimal Control.*, Prentice- Hall, Upper Saddle River., 1996
- [3] R. S. Sánchez-Peña, M. Sznajder. *Robust system Theory and Applications*. New York: John Wiley and Sons, INC., 2001., 257 pgs., ISBN 0-471-17627-3
- [4] S. Žiaran. *Ochrana človeka pred kmitaním a hlukom*. Bratislava: STU, 2001. 254 s., ISBN 80-227-1607-3
- [5] D.-W. Gu, P. H. Petkov, M. M. Konstantinov. *Robust Control Design with MATLAB*. London: Springer, 2005. 498 pgs. ISBN 1-85233-983-7
- [6] W. Gawronski. *Advanced structural dynamics and active control of structures*. New York: Springer, 2004. 396 pgs., ISBN 0-387-40649-2

---

Ing. Monika Zuščíková, Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky,  
Strojnícka Fakulta, Slovenská Technická Univerzita, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1  
Fax: ++421/2/52495315, Tel.: ++421/2/52497193, e-mail: monika.zuscikova@stuba.sk

Doc. Ing. Cyril Belavý, CSc., Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky,  
Strojnícka Fakulta, Slovenská Technická Univerzita, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1  
Fax: ++421/2/52495315, Tel.: ++421/2/52497193, e-mail: cyril.belavy @ stuba.sk