

# NÁVRH ADAPTÍVNEHO RIADENA PRUŽENIA AUTOMOBILU

Milan Lokšík, Cyril Belavý

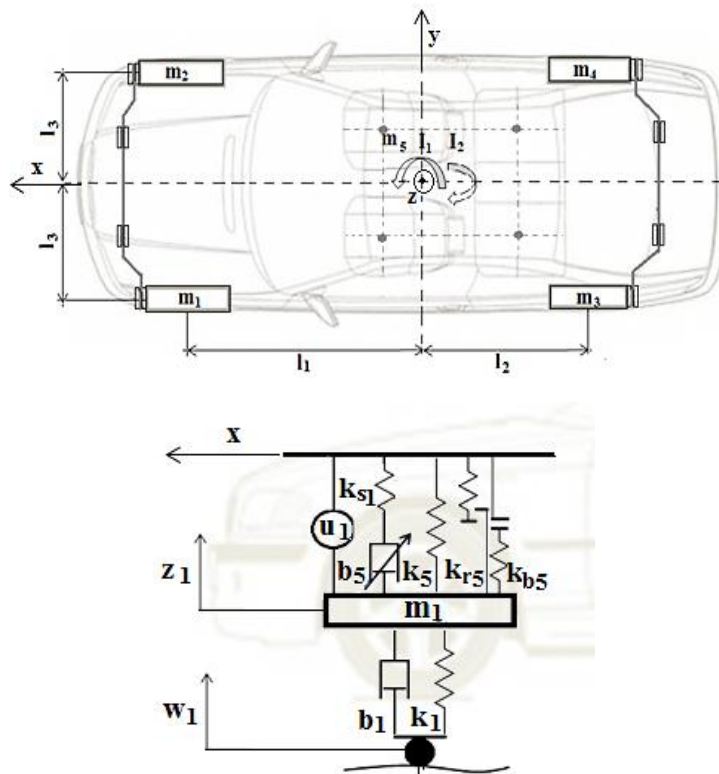
Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky, Strojnícka Fakulta,  
Slovenská Technická Univerzita v Bratislave, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1

## Abstrakt

V článku je analyzovaný návrh adaptívneho riadenia semi-aktívneho systému pruženia. Riadenie je zamerané výhradne na adaptáciu kritérií pruženia vozidla počas jazdy. Cieľom je zabezpečiť požadovaný komfort jazdy pri dobrej jazdnej dynamike vozidla. S úlohou je spojenie i modelovanie vozidla a jednotlivých komponentov systému pruženia. Dosiahnuté výsledky navrhovaného adaptívneho riadenia sú konfrontované s optimálnym riadením pruženia a s pasívnym tvrdým a mäkkým pružením.

## 1 Simulačný model automobilu

Na analýzu bol použitý nelineárny model automobilu (Obr. 1), v ktorom boli zakomponované nelineárne semiaktívne tlmiče, ktorého statická charakteristika je zobrazená na obrázku č.2. Ďalej meniaci sa tuhosť pruženia vzhľadom na veľkosť jeho stlačenia (Obr. 3), rovnako odskakovanie pneumatiky od vozovky, stabilizátory a ako aj vplyv kinematiky zavesenia kolies. Tento systém bol navrhovaný pre čo najlepší komfort z jazdy.



Obr. 1: Nelineárny model vozidla

Pre simuláciu a rovnako pre syntézu regulátora je vhodné model popísať pomocou stavového priestoru v nasledovnom tvare [1]:

$$\dot{\mathbf{z}}_r(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}_r(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}\mathbf{w}(t) \quad (1)$$

čomu zodpovedá po rozpísaní aj nasledovný zápis:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{T}_{Fx} \mathbf{K} \mathbf{T}_{Fx}^T) & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{T}_{Fx} \mathbf{B} \mathbf{T}_{Fx}^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{T}_{Fu}) \end{bmatrix} [\mathbf{u}] + \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{T}_{Fx} \mathbf{K} \mathbf{T}_{Fw}^T) & \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{T}_{Fx} \mathbf{B} \mathbf{T}_{Fw}^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \dot{\mathbf{w}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Aby sa stavový zápis matematického modelu vozidla dal použiť pre syntézu regulátora, potrebujeme vykonať úpravy. Pre syntézu regulátora je potrebné, aby vo vstupnom vektore stochastického budenia vystupovali iba rýchlosti nerovnosti vozovky a výchylky vozovky boli presunuté do stavového vektora systému. Teda po úprave dostávame rovnicu v tvare [2]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{w}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{T}_{Fx} \mathbf{K} \mathbf{T}_{Fx}^T) & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{T}_{Fx} \mathbf{B} \mathbf{T}_{Fx}^T) & \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{T}_{Fx} \mathbf{K} \mathbf{T}_{Fw}^T) \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{T}_{Fu}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} [\mathbf{u}] + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{T}_{Fx} \mathbf{K} \mathbf{T}_{Fw}^T) \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \dot{\mathbf{w}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

kde vektor zrýchlenia má tvar:

$$\ddot{\mathbf{q}} = [\ddot{z}_1, \ddot{z}_2, \dots, \ddot{z}_5, \ddot{\phi}_1, \ddot{\phi}_2]^T \quad (4)$$

Diagonálne matice hmotnosti  $\mathbf{M}$ , tuhosti  $\mathbf{K}$  a tlmenia  $\mathbf{B}$  sú nasledovné:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \text{diag} [m_1, m_2, \dots, m_5, I_1, I_2], \\ \mathbf{K} &= \text{diag} [k_1, k_2, \dots, k_{10}], \\ \mathbf{B} &= \text{diag} [b_1, b_2, \dots, b_{10}]. \end{aligned} \quad (5)$$

Výsledné matice prevodu silových pôsobení na sústavu a vozovku sa skladajú prevažne z nulových matíc  $\mathbf{O}$ , jednotkových diagonálnych matíc  $\mathbf{I}$  a pomocných matíc  $\mathbf{T}_1$  a  $\mathbf{T}_2$ . Matice prevodu silových pôsobení od vozovky a akčných veličín majú tvar:

$$\mathbf{T}_{Fz} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{O} & \mathbf{T}_2 & \mathbf{O} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{T}_{Fu} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{T}_2]^T, \quad \mathbf{T}_{Fw} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{O}]^T$$

kde  $\mathbf{T}_1$  a  $\mathbf{T}_2$  sú pomocné matice:

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ l_1 & l_1 & -l_2 & -l_2 \\ -l_3 & l_3 & -l_3 & l_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Výstupný vektor riadených veličín modelu (optimalizované kritéria vozidla) má v stavovom priestore tvar:

$$\mathbf{y}_c(t) = \mathbf{C}_c \mathbf{z}_r(t) + \mathbf{D}_c \mathbf{u}(t) + \mathbf{H}_c \mathbf{w}(t) \quad (8)$$

Vektor  $\mathbf{y}_c$  možno rozdeliť na tri subvektory: vektor  $\mathbf{y}_{c1}$  v ktorom sa nachádzajú zrýchlenia karosérie, vektor  $\mathbf{y}_{c2}$  v ktorom sa nachádzajú relatívne výchylky a vektor  $\mathbf{y}_{c3}$  v ktorom sa nachádzajú dynamické sily pôsobiace na pneumatiky.

$$\mathbf{y}_c(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{c_1} \\ \mathbf{y}_{c_2} \\ \mathbf{y}_{c_3} \end{bmatrix} (t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{c_1} \\ \mathbf{C}_{c_2} \\ \mathbf{C}_{c_3} \end{bmatrix} \mathbf{z}_r(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{c_1} \\ \mathbf{D}_{c_2} \\ \mathbf{D}_{c_3} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{c_1} \\ \mathbf{H}_{c_2} \\ \mathbf{H}_{c_3} \end{bmatrix} \mathbf{w}(t) \quad (9)$$

Posledným stavovým vektorom je vektor meraných veličín  $\mathbf{y}_m$ , ktorý má nasledujúci tvar:

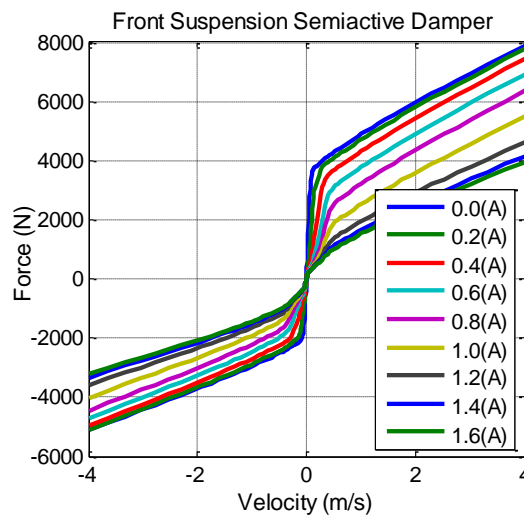
$$\mathbf{y}_m(t) = \mathbf{C}_m \mathbf{z}_r(t) + \mathbf{D}_m \mathbf{u}(t) + \mathbf{H}_m \mathbf{w}(t) \quad (10)$$

Taktiež ho možno rozdeliť na tri subvektory meraných hodnôt, a to na:  $\mathbf{y}_{m1}$  zrýchlenie neodpružené hmoty,  $\mathbf{y}_{m2}$  zrýchlenie v oblastiach, kde sú tlmiče pripevnené ku karosérii a na vektor  $\mathbf{y}_{m3}$  v ktorom sa nachádzajú relatívne odchýlky medzi odpruženou a neodpruženou hmotou.

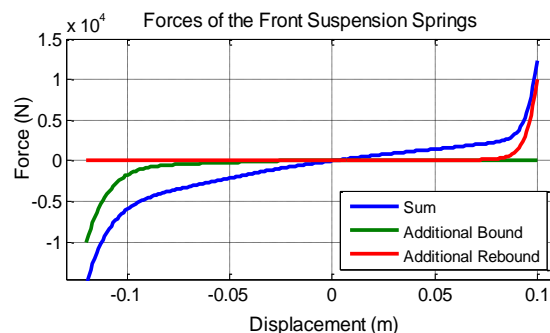
$$\mathbf{y}_m(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{m_1} \\ \mathbf{y}_{m_2} \\ \mathbf{y}_{m_3} \end{bmatrix} (t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{m_1} \\ \mathbf{C}_{m_2} \\ \mathbf{C}_{m_3} \end{bmatrix} \mathbf{z}_r(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{m_1} \\ \mathbf{D}_{m_2} \\ \mathbf{D}_{m_3} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{m_1} \\ \mathbf{H}_{m_2} \\ \mathbf{H}_{m_3} \end{bmatrix} \mathbf{w}(t) \quad (11)$$

Model vytvorený v programe Simulink je rozšírený o nelineárne komponenty ktoré majú vplyv na kinematiku zavesenia kolesa. Charakteristiku semi-aktívneho tlmenia možno vidieť na obrázku č. 2.

Tabuľka č. 1 uvádza označenia jednotlivých parametrov simulačného modelu a nelineárne charakteristiky tuhosti pružín, ktoré sú dodatočne pridané do modelu sú znázornené na obrázku č. 3.



Obr. 2: Statická charakteristika semiaktívneho tlmiča

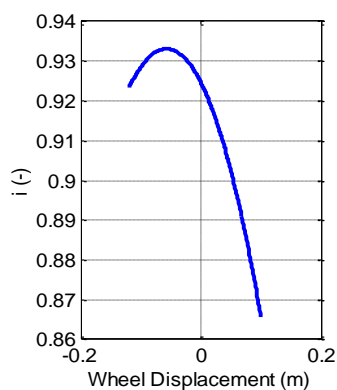


Obr. 3: Charakteristika tuhosti pruženia

Tabuľka 1: Označenie simulačného modelu vozidla

Názov		Označenie
Neodpružená hmota	vpredu (vľavo , vpravo)	$m_1, m_2$
	vzadu (vľavo , vpravo)	$m_3, m_4$
Odpružená hmota	karosérie	$m_5$
Hmotný moment zotrvačnosti	karosérie okolo priečnej osi vozidla	$I_1$
	karosérie okolo pozdĺžnej osi vozidla	$I_2$
Tuhosť	prednej pneumatiky (vľavo , vpravo)	$k_1, k_2$
	zadnej pneumatiky (vľavo , vpravo)	$k_3, k_4$
	hlavnej prednej pružiny (vľavo , vpravo)	$k_5, k_6$
	prídavnej prednej pružiny pri stláčaní pruženia (vľavo , vpravo)	$k_{b5}, k_{b6}$
	prídavnej prednej pružiny pri naťahovaní pruženia (vľavo , vpravo)	$k_{r5}, k_{r6}$
	hlavnej zadnej pružiny (vľavo , vpravo)	$k_7, k_8$
	prídavnej zadnej pružiny pri stláčaní pruženia (vľavo , vpravo)	$k_{b7}, k_{b8}$
	prídavnej zadnej pružiny pri naťahovaní pruženia (vľavo , vpravo)	$k_{r7}, k_{r8}$
	torzného stabilizátora vpredu ( $s_1$ ) (vľavo , vpravo)	$k_9, k_{10}$
Tlmenie	prednej pneumatiky (vľavo , vpravo)	$b_1, b_2$
	zadnej pneumatiky (vľavo , vpravo)	$b_3, b_4$
	Semi-aktívny predný tlmič (vľavo , vpravo)	$b_5, b_6$
	Semi-aktívny zadný tlmič (vľavo , vpravo)	$b_7, b_8$
	torzného stabilizátora vzadu ( $s_2$ ) (vľavo , vpravo)	$b_9, b_{10}$
Vzdialenosť	prednej nápravy od ťažiska nadstavby	$l_1$
	zadnej nápravy od ťažiska nadstavby	$l_2$
	nápravy od ťažiska nadstavby	$l_3$

Model taktiež zahŕňa vzťah medzi posunom kolesa vo zvislom smere a veľkosti prítlaku pružinu. Výsledný kinematiky mechanizmu môžu byť vyjadrené prostredníctvom kinematického prevodu, ktorý je zobrazený na obrázku č. 4.



Obr. 4: Kinematický prevod na náprave

## 2 Optimálne riadenie

Cieľom optimálneho riadenia je nájsť také hodnoty matice zosilnenia  $\mathbf{K}$ , aby sa dosiahlo minima kritériálnej funkcie a tým sa minimalizovali rozptyly zvolených optimalizovaných veličín. Váňovaná kvadratická kritériálna funkcia pre syntézu optimálneho regulátora má tvar [3]:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{y}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{y}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] \quad (12)$$

kde  $\mathbf{Q}$  je váňovacia matica vyjadrujúca dôležitost' optimalizovaných kritérií prostredníctvom váňových koeficientov nachádzajúcich sa na hlavnej diagonále [4].

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{a_{wk}} &= \text{diag} [a_{wk}, a_{wk}, a_{wk}, a_{wk}, a_{wk}], \\ \mathbf{Q}_{a_{chk}} &= \text{diag} [a_{chk}, a_{chk}, a_{chk}, a_{chk}], \\ \mathbf{Q}_{x_k} &= \text{diag} [x_k, x_k, x_k, x_k], \\ \mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathbf{Q}_{a_{wk}}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mathbf{Q}_{a_{wk}}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\mathbf{Q}_{a_{wk}}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

Matica  $\mathbf{R}$  je symetrická a pozitívne definitná penalizačná matica aktívnych silových účinkov  $\mathbf{u}(t)$ .

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} SD_{pred} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & SD_{pred} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & SD_{zad} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{zad} \end{bmatrix} \quad (14)$$

V tabuľke č.2 sú uvedené hodnoty váňových koeficientov hmotnostnej matice. Koeficienty sú normalizované vzhľadom na kritické hodnoty optimalizovaných parametrov a kritické hodnoty síl semi-aktívneho tlmenia (aktuátora).

Tabuľka 2: Váňové koeficienty

Koeficient	Názov	Hodnota	Jednotka
$a_{wk}$	zrýchlenie kolesá	10	$\text{m/s}^2$
$a_{chk}$	zrýchlenie podvozku	1	$\text{m/s}^2$
$x_k$	pracovný priestor	0.01	m
$SD_{pred}$	sila semi-aktívneho tlmiča vpredu	80 000	N
$SD_{zad}$	sila semi-aktívneho tlmiča vzadu	80 000	N

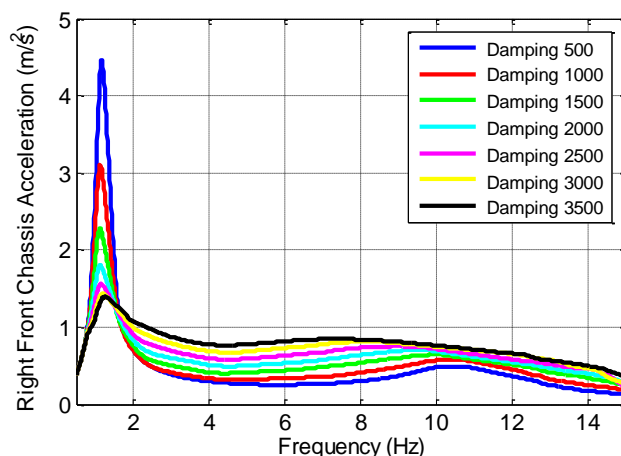
## 3 Adaptívne riadenie

Pre syntézu adaptívneho riadenia je potrebné nájsť také hodnoty lineárneho tlmenia tlmičov, že ich odladením automobil počas jazdy dosahuje v jednom prípade maximálny jazdný komfort, v druhom prípade maximálne šport a maximálnu konštrukčnú spoľahlivosť pruženia. Pri identifikácii tlmenia karosérie je použitá Skyhook logika, ktorej princíp spočíva v uvažovaní fiktívneho tlmiča medzi pevným bodom v priestore a karosériou vozidla [3]. Variáciou niekoľkých konštánt Skyhook tlmenia karosérie a pruženia, identifikujeme hľadané konštanty tlmenia, ktoré zabezpečujú v čo najväčšej miere splnenie kritérií pruženia (komfort, bezpečnosť, spoľahlivosť). Na obrázku č. 5 sú znázornené variácie skyhook tlmenia [5],[6].

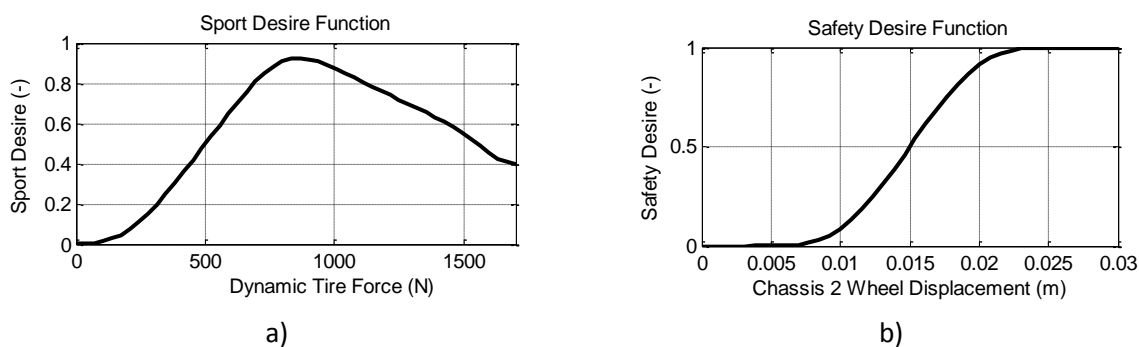
Pomocou nasledujúcej rovnice získame hodnotu adaptívneho tlmenia pruženia:

$$b_k W_k (1 - W_s) + b_b W_b (1 - W_b) + b_s W_s = b_n W_{adap} \quad (15)$$

kde  $b_k$  je tlmenie pruženia pre maximálne komfortné naladenie,  $b_b$  maximálne športové naladenie vozidla a  $b_s$  je tlmenie pre získanie maximálnej spoľahlivosti pruženia.  $W_k$  je adaptívna funkcia požadovaného komfortu, ktorej hodnota je 1,  $W_b$  funkcia požadovaného športu môže nadobúdať hodnoty od 0 po 1 v závislosti od dynamickej sily v pneumatike (Obr. 6 a), to isté platí pre funkciu požadovanej spoľahlivosti  $W_s$  vzhľadom od veľkosti pracovného priestoru pruženia (relatívna výchylka medzi odpruženou a neodpruženou hmotou)



Obr. 5: Variácie semi-aktívneho tlmenia podvozok vozidlá



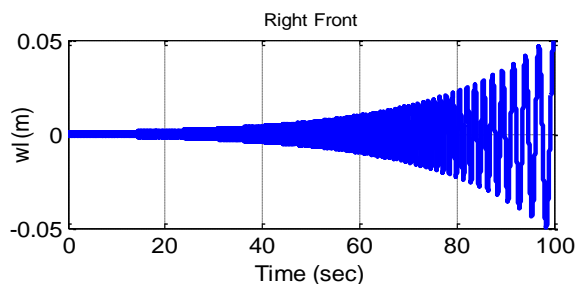
Obr. 6: Adaptívne funkcie a) ladenie požiadavky šport ( $W_b$ ), b) ladenie požiadavky spoľahlivosť ( $W_s$ )

Pre výsledný silový účinok semi-aktívneho tlmiča na konkrétnej náprave a strane vozidla platí:

$$u_n(t) = b_n W_{adap} \dot{z}_r(t) \quad (16)$$

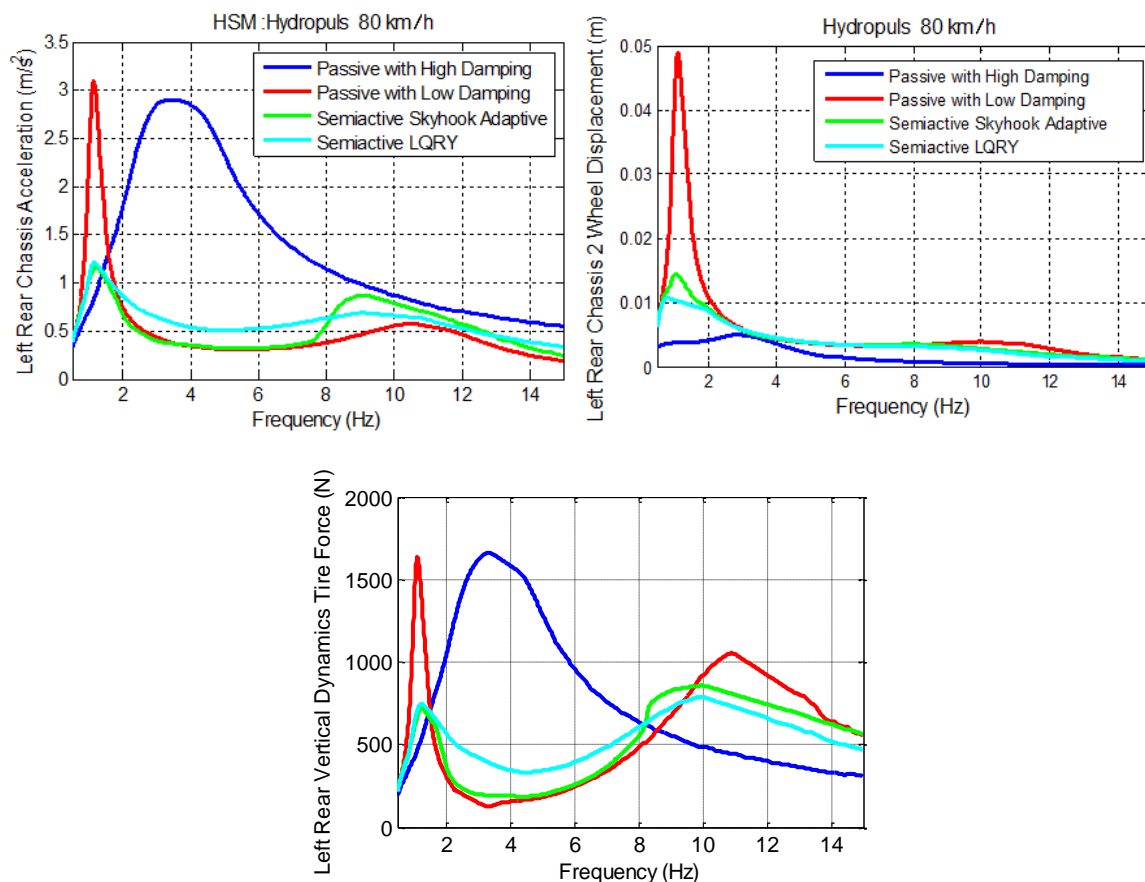
#### 4 Výsledky simulácií riadenia

Pri simulácii kmitania je vozidlo budené prostredníctvom hydropulzu (Obr. 7), ktorého počítačová frekvencia je 4 Hz a konečná 20 Hz. Prejazdová rýchlosť vozidla je konštantná 80 km/h.



Obr. 7: Profil budiaceho signálu - Hydropulz

Na obrázku č.8 sú znázornené výsledky simulácie pre ľavú zadnú os vozidla pri optimalizovaných kritériách. Semi-aktívne adaptívne riadenie je porovnávané s optimálnym riadením pruženia ako aj s pasívnym tvrdým a mäkkým pružením.



Obr. 8: Frekvenčné charakteristiky optimalizovaných kritérií pruženia automobilu na prednej strane

Na základe výsledkov zo simulácií variácií tlmenia, sú v tabuľke č. 3 uvedené kritické hodnoty tlmenia vzhľadom na kritéria.

Tabuľka 3: Hodnoty tlmenia lineárnych tlmičov

Označenie	Max. komfort (N s/m)	Max. bezpečnosť (N s/m)	Max. spoľahlivosť (N s/m)
b <sub>5</sub> , b <sub>6</sub>	500	6000	7000
b <sub>7</sub> , b <sub>8</sub>	500	6000	7000

## 5 Záver

Z uvedených výsledkov numerických simulácií pruženia automobilu je vidieť, že navrhovaná syntéza adaptívneho riadenia prináša zaujímavé výsledky, ktoré sú v súlade so stanovenými kritériami. Návrh riadenia aktívneho pruženia automobilu ako aj analýza výsledkov boli realizované v softvérovom prostredí Matlab-Simulink. Adaptácia bola zameraná na dosahovanie požadovaných kritérií pruženia. Navrhnuté semi-aktívne adaptívne riadenie pruženia automobilu, dosahuje požadovaný jazdný komfort (zrýchlenie karosérie), ktorý je na úrovni pasívneho mäkkého pruženia, čo je možné sledovať v oblasti 4 - 8 Hz, kde je ľudské telo najcitlivejšie na vibrácie. Požadovaná bezpečnosť pri jazde (dynamická sila), je zabezpečená znížením veľkosti dynamickej sily v pneumatike a to v oblasti 8 - 12 Hz. Z výsledkov taktiež vidieť, že adaptívne riadenie splnená i podmienku spoľahlivosti pruženia (pracovný priestor pruženia), vyplývajúcu z konštrukčného vyhotovenia automobilu.

## 6 Pod'akovanie

Článok bol pripravený pri grantovej podpore APVV projektu (APVV-0090-10).

### References

- [1] G. Rill, "Vehicle Dynamics" - New. Regensburg: University of Applied Sciences, Hochschule Für Technik Wirtschaft Soziales, 2005. 153 pgs
- [2] M. Zuščík: Návrh semiaktívneho odpruženia, Dizertačná práca. Bratislava: Slovenská technická univerzita v Bratislave, Strojnícka fakulta, Ústav aplikovanej mechaniky a mechatroniky, 2010.
- [3] R. Rajamani, Vehicle Dynamics and Control. Troy: Rensselaer Polytechnic Institute, 2006. 485 pgs., ISBN 0-387-26396-9
- [4] A.G. Thompson, An active suspension with optimal linear feedback. In Vehicle Systems Dynamics. Vol. 5, Issue 4, 1976, pp. 187 – 203, ISSN 0042-3114
- [5] A. Hac, Adaptive control of vehicle suspension. In Vehicle System Dynamics. Vol. 16, Issue 2, 1987, pp. 57 – 74, ISSN 0042-3114
- [6] I. Fialho, G.J. Balas, "Road Adaptive Active Suspension Design Using Linear Parameter-Varying Gain-Scheduling". In IEEE Transactions on control systems technology. Vol. 10, No. 1, January 2002, pp. 43 – 54, ISSN 1063-6536